



ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ • ВІДДІЛЕННЯ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИХ ПРОБЛЕМ ЕНЕРГЕТИКИ

ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА
ТА ЕЛЕКТРОФІЗИКА

ПЕРЕТВОРЕННЯ ПАРАМЕТРІВ
ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНЕ
ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ
ТА УСТАНОВКИ

ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ
В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ

№3
2026

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ*

Кириленко О.В., головний редактор,
академік НАН України
Блінов І.В., член-кор. НАН України
Буткевич О.Ф., заступник головного
редактора, професор
академік НАН України
Жаркін А.Ф., д-р техн.наук
Кенсицький О.Г., член-кор. НАН України
Кондратенко І.П., член-кор. НАН України,
Кузнецов В.Г., член-кор. НАН України,
Липківський К.О., заступник головного
редактора, д-р техн.наук
професор
Мазуренко Л.І., член-кор. НАН України
Михальський В.М., академік НАН України
Стогній Б.С., докт.техн.наук
Шаповал І.А., член-кор. НАН України
Шидловська Н.А., академік НАН України
Щерба А.А., д-р техн.наук
Юрченко О.М., відповідальний секретар
Городжа Л.В., канд.техн.наук

EDITORIAL BOARD*

Kyrylenko O.V., Editor-in-Chief,
Member of N.A.S.Ukraine
Blinov I.V., Corresponding Member of NAS Ukraine
Butkevych O.F., Deputy Editor-in-Chief,
Professor
Member of NAS Ukraine
Zharkin A.F., Dr.Sc. (Eng.)
Kensitskyi O.H., Corresponding Member of NAS Ukraine
Kondratenko I.P., Corresponding Member of NAS Ukraine
Kuznetsov V.H., Deputy Editor-in-Chief,
Lypkivskiy K.O., Dr.Sc. (Eng.)
Professor
Mazurenko L.I., Corresponding Member of NAS Ukraine
Mykhaskyi V.M., Member of NAS Ukraine
Stohnii B.S., Dr.Sc. (Eng.)
Shapoval I.A., Corresponding Member of NAS Ukraine
Shydlovska N.A., Member of NAS Ukraine
Shcherba A.A., Dr.Sc. (Eng.)
Yurchenko O.M., Executive Managing Editor,
Gorodzha L.V., Ph.D.

* Члени редакційної колегії працюють у Інституті електродинаміки НАН України, Київ
Editorial board members work in the Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv

INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

Kyrylenko O.V. Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv
Clare Jon C. Professor, The University of Nottingham, Great Britain
Gubanski S. Professor, Chalmers University of Technology, Sweden
Kulyk M.M. Member of NAS Ukraine, Institute of General Energy of NAS Ukraine, Kyiv
Oleshchuk V. Professor, Institute of Power Engineering of AS Moldova, Kishinev
Peresada S.M. Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv
Pivnyak G.G. Member of NAS Ukraine, National Mining University, Dnipro, Ukraine
Rozov V.Yu. Corresponding Member of NAS Ukraine, Anatolii Pidhornyi Institute of Power Machines and Systems of NAS of Ukraine, Kharkiv, Ukraine
Rossi K. Professor, The University of Bologna, Italy
Sokol Ye.I. Corresponding Member of NAS Ukraine, National Technical University "Kharkiv Polytechnical Institute", Kharkiv, Ukraine
Stakhiv P.H. Professor, National University "Lviv Polytechnica", Lviv, Ukraine
Strzelecki R. Professor, Gdansk University of Technology, Poland
Zhuikov V.Ya. Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv
Zagirnyak M.V. Professor, The Kremenchuk M.Ostrogradskiy National University, Ukraine
Vasko P.F. Dr.Sc. (Eng.), Institute of Renewable energy of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

Журнал "Технічна електродинаміка" включено до Переліку наукових фахових видань України категорія «А». Журнал реферується у Реферативному журналі "Джерело" (Україна, Київ). Електронне видання журналу зберігається у Національній бібліотеці України імені В.І.Вернадського, включено у базу даних OPEN UKRAINIAN CITATION INDEX та міжнародні бази даних: SCOPUS, COMPENDEX, EBSCO, PROQUEST, CROSSREF, DOAJ, INDEX COPERNICUS.

Адреса редакції:

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, м. Київ, 03057, Україна.

Тел. (044) 366 26 57.

Email: ted@ied.org.ua

URL: <https://www.techned.org.ua>

ЗМІСТ

Перетворення параметрів електричної енергії

PAVLOVSKIY V.O., HERASYMENKO P.Yu., GURIN V.K., YURCHENKO O.M., MUHENOV D.D. Protection of electrical consumers against microsecond high-voltage surges under partial load operation.....	3
---	---

Електромеханічне перетворення електричної енергії

KONDRATENKO I.P., GREBENIKOV V.V., GAMALIYA R.V., KRYSHCHUK R.S. Comparative analysis of numerical and numerical-analytical modeling of permanent magnet generators.....	11
PERESADA S.P., NIKONENKO Ye.O., LYSHEVSKI S.Ye. Load-dependent control of bidirectional DC-DC converters for heavy duty loads	21
САДОВОЙ О.В., КЛЮЄВ О.В., СОХІНА Ю.В. Бездатчикова векторна система екстремального керування машиною подвійного живлення з використанням спостерігача Калмана.....	32
ХУДЯЄВ О.А., ШАМАРДІНА В.М., ПШЕНИЧНИКОВ Д.О., ОБРУЧ І.В. Електродинаміка високоточного ітераційного двоканального електропривода подачі з умовним компенсатором процесу різання	42

Електроенергетичні системи та установки

ПАВЛОВСЬКИЙ В.В., ЛУК'ЯНЕНКО Л.М., ГРЕЧКО В.В. Виявлення «слабких» перетинів в режимі оперативного керування стійкістю енергосистем.....	53
ЩЕРБА А.А., ПОДОЛЬЦЕВ О.Д., КУЧЕРЯВА І.М., АНТОНЕЦЬ Т.Ю. Термічна стійкість високовольтної підземної кабельної лінії в аварійних умовах перевантаження і короткого замикання.....	62
ПОДЕЙКО П.П., ГУБАРЕВИЧ В.М., ГРЕБЕНЮК В.Г. Застосування методу цифрової фільтрації під час корекції форми струму в мережах з альтернативними джерелами живлення.....	73
КОЗИРСЬКИЙ В.В., ЖИЛЬЦОВ А.В., БУНЬКО В.Я. Електроустановка з твердотільним тепловим двигуном на основі сплавів з пам'яттю форми для генерації електричної енергії з низькопотенційних джерел тепла.....	79

Електротехнологічні системи

ЖАРКІН А.Ф., БОНДАР О.І., ГЛУХЕНЬКИЙ О.І., ЗАЛОЗНИЙ В.І. Мультифізичне моделювання електромагнітного дозатора установки для виробництва свинцевих гранул.....	88
---	----

CONTENTS

Conversion of electric energy parameters

PAVLOVSKIY V.O., HERASYMENKO P.Yu., GURIN V.K., YURCHENKO O.M.,
MUHENOV D.D. Protection of electrical consumers against microsecond high-voltage surges
under partial load operation.....3

Electromechanical energy conversion

KONDRATENKO I.P., GREBENIKOV V.V., GAMALIYA R.V., KRYSHCHUK R.S. Comparative
analysis of numerical and numerical-analytical modeling of permanent magnet generators..... 11
PERESADA S.P., NIKONENKO Ye.O., LYSHEVSKI S.Ye. Load-dependent control of bidirectional
DC-DC converters for heavy duty loads21
SADOVOI O.V., KLIUIEV O.V., SOKHINA Yu.V. Sensorless vector system of extremum control
for a doubly fed machine using a Kalman observer.....32
KHUDYAEV O.A., SHAMARDINA V.M., PSHENYCHNYKOV D.O., OBRUCH I.V.
Electrodynamics of a high-precision iterative two-channel electric feed drive with a conditional
cutting process compensator 42

Electric power systems and installations

PAVLOVSKIY V.V., LUKIANENKO L.M., HRECHKO V.V. Identification of weak interfaces
during operating control of power systems53
SHCHERBA A.A., PODOLTSEV O.D., KUCHERIAVA I.M., ANTONETZ T.Yu. Thermal stability
of underground high-voltage cable line under emergency conditions
of overload and short circuit.....62
PODEIKO P.P., GUBAREVICH V.M., GREBENYUK V.G. Application of the digital filtering method
for correcting the current waveform in networks with alternative power sources73
KOZYRSKIY V.V., ZHYLTSOV A.V., BUNKO V.Ya. Electrical installation with a solid-state thermal
engine based on shape memory alloys for generating electricity from low-power heat sources79

Electrotechnological complexes and systems

ZHARKIN A.F., BONDAR O.I., HLUKHENKIY O.I., ZALOZNYI V.I. Multiphysics modeling
of electromagnetic doser installation for lead pellets production.....88

Наукові редактори К.О. ЛИПКІВСЬКИЙ, О.Ф. БУТКЕВИЧ
Редактори І.О. БРАГИНЕЦЬ

Друкується згідно з рекомендацією Вченої ради Інституту електродинаміки НАН України, протокол від 22.04.2026 № 7. Включено до Переліку наукових фахових видань України 24.05.2018, категорія «А». Зареєстровано Національною радою України з питань телебачення і радіомовлення 31 серпня 2023 року, протокол № 20, рішення № 781. ІД R30-01209. Підписано до друку 20.05.2026. Формат 60x84/8. Ум.-друк. арк. 11,85. Обл.-вид. арк. 12,67. Тираж 50 прим. Зам. 8054

Віддруковано з оригінал-макету редакції у ВД «Академперіодика» НАН України
вул. Терещенківська, 4, м. Київ, 01024. Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК No 544 від 27.07.2001.

PROTECTION OF ELECTRICAL CONSUMERS AGAINST MICROSECOND
HIGH-VOLTAGE SURGES UNDER PARTIAL LOAD OPERATION

V.O. Pavlovskiy^{1*}, P.Yu. Herasymenko^{1**}, V.K. Gurin^{1***}, O.M. Yurchenko^{1****}, D.D. Muhenov^{2*****}

¹Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine,

E-mail: yuon@icd.org.ua.

²National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”,
37, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03056, Ukraine.

The paper considers features of consumer protection against microsecond high-voltage surges from the power grid under consumer’s partial load operation. A typical protection circuit containing a cascade-connected voltage limiter and a two-stage LC low-pass filter (LPF) is analyzed. Theoretical calculations and simulation studies of the response of the L-shaped LPF to an input voltage surge under the partial load operation of the electrical consumer were carried out, which showed an increase in the response amplitude. To reduce the response of the LPF, it is proposed to introduce resistors in series with each capacitor of the LPF. The results of simulation and experimental verification confirmed the effectiveness of the proposed addition – the maximum voltage surge at the consumer’s AC input decreased by up to 2 times. References 17, figures 12.

Key words: microsecond high-voltage surge, immunity, varistor, suppressor.

Introduction. The immunity of radio-electronic and electrical equipment to the action of microsecond high-voltage surge pulses and nanosecond electrical fast transients from the power grid is an important indicator of the reliability and quality of the above-mentioned equipment, which is regulated by international standards on electromagnetic compatibility [1, 2].

High-voltage surges have large destroying ability and are very dangerous for responsible electrical consumers. They occur as a result of power grid failures or as a result of thunderstorm activity [3]. They can also be caused by deliberate actions (so-called “electro-magnetic terrorism” [4]). Another cause of the above-mentioned voltage surges in the power grid is a powerful electromagnetic pulse radiation that occurs in the atmosphere after a nuclear explosion [5].

The difficulty in reducing the amplitude of the residual surge pulse at the consumer’s AC input to a level at which the equipment “does not feel” the effect of the surge is that its amplitude can reach 4 kV or more, and the duration of its rise time is in the range of several microseconds [1]. Therefore, in recent decades, significant attention in scientific publications has been paid to this issue [6–9]. Thus, modern transistor-based power converters [10, 11], without dedicated input protection networks against such high-energy surge pulses, are highly susceptible to malfunction or even catastrophic failure.

In [3, 9, 12–14] it is shown that an effective solution of limiting the surge amplitude are two-pole devices with a nonlinear volt-ampere characteristic: varistors, suppressors and gas-filled arresters; they are typically installed at the AC input of the equipment. Each of these means has certain disadvantages: for gas-filled arresters, this is the inertia of operation; for varistors and suppressors, this is a high residual level of the surge (500...900 V) at the output of the amplitude limitation circuit.

To further reduce the amplitude of the surge in [5] it is proposed to include an LC low-pass filter (LC-LPF) between the surge amplitude limiter and the consumer’s AC input, and in [15] a device for protecting a

© Pavlovskiy V.O., Herasymenko P.Yu., Gurin V.K., Yurchenko O.M., Muhenov D.D., 2026
ORCID: * <https://orcid.org/0000-0001-5768-101X>; ** <https://orcid.org/0000-0001-6244-1133>;
*** <https://orcid.org/0000-0003-2541-216X>; **** <https://orcid.org/0000-0002-2107-2308>;
***** <https://orcid.org/0000-0001-7780-3416>

© Publisher PH “Akadempriodyka” of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2026



This is an Open Access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.en>

three-phase consumer against the action of an electromagnetic surge pulse caused by an electromagnetic pulse arising in the atmosphere after a nuclear explosion is described. The device consists of two main functional units: amplitude limiting circuit on varistors and suppressors, and an LC -LPF. The amplitude limiting circuit is connected between the power grid and the input of the LC -LPF.

In [16], the operation of a voltage limiter was investigated for the case when the source of surge has a low internal impedance at high frequencies. It is shown that using a varistor or suppressor together with an LR -link reduces the final amplitude of the surge by 1.5 times compared to a varistor or suppressor alone.

In [17], a theoretical analysis and computer simulation using the PSPICE software of the surge pulse passage through the path “voltage limiter – LC -LPF – electrical consumer” was carried out. The analysis confirmed the effectiveness of using of the LC -LPF between the output of the amplitude limiter and the consumer’s AC input and revealed a direct relationship between the LC -LPF cutoff frequency, which is determined by the ratings of its elements, and the amplitude of the residual surge.

It is necessary to note that in works cited above the effectiveness of the LC -LPF has been confirmed for the operation under a full load of the consumer and a compliance of consumer’s equivalent input impedance (Z_{in}) with LPF’s characteristic impedance (Z_c) at a zero-frequency. Here $Z_{in} = U_{rtd}^2 / P_{rtd}$, where U_{rtd} is the rated rms AC voltage, P_{rtd} is the rated power of the consumer; $Z_c = \sqrt{L_{LPF} / C_{LPF}}$, L_{LPF} , C_{LPF} are the inductance and the capacitance of the L -shaped LC -LPF link components, respectively.

However, in practice, there is often a situation when the actual power P_{act} of the consumer is less than P_{rtd} , i.e. Z_{in} is greater than Z_c . This means that the LC -LPF operates in an out-of-match mode and this may cause an increase in the residual voltage surge at the consumer’s AC input caused by the action of the surge. Therefore, it is important to investigate the response of the LC -LPF to an input surge under partial load conditions ($Z_{in} > Z_c$).

The purpose of this paper is to improve the scheme for protecting the electrical consumer against large-amplitude pulses in the microsecond range from the power supply network, in particular for the case when the consumer operates in the light load mode.

Mathematical analysis of the LC -LPF Response to a Single Input Voltage Jump $1(t)$. Let’s consider the response of the L -shaped LC -LPF (Fig. 1) to a single jump of the input voltage u_{in} (Fig. 2) with a zero edge and an amplitude U_m can be described as:

$$u_{in}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 1, & t \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

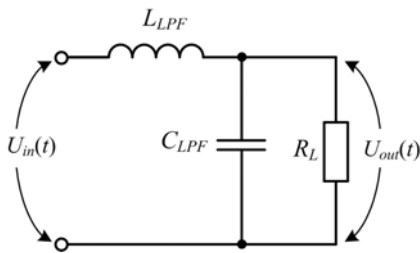


Fig. 1

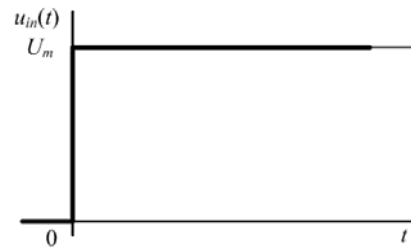


Fig. 2

In the Laplace-domain the voltage transfer function $K(s)$ of the circuit in Fig. 1 can be expressed as follows:

$$K(s) = \frac{1}{s^2 L_{LPF} C_{LPF} + s \frac{L_{LPF}}{R_L} + 1}. \quad (2)$$

Denote

$$Z_{in} = \frac{\sqrt{L_{LPF}}}{r_{pwr}}, \quad \Omega_c = \frac{1}{\sqrt{L_{LPF} C_{LPF}}}, \quad (3)$$

where Ω_c is the angular frequency of series connected L_{LPF} and C_{LPF} , and r_{pwr} is the coefficient that shows the ratio between P_{act} and P_{rtd} ($P_{act} \leq P_{rtd}$), given by

$$r_{pwr} = \frac{P_{act}}{P_{rtd}}. \quad (4)$$

Considering (3), (2) can be rewritten as:

$$K(s) = \frac{\Omega_c^2}{s^2 + r_{pwr}\Omega_c s + \Omega_c^2}. \quad (5)$$

Four practically important values of r_{pwr} (0.1, 0.2, 0.5, and 1) are considered in the following analysis. The output voltage $U_{out}(s)$ of the LC-LPF in the Laplace-domain is given by:

$$U_{out}(s) = U_{in}(s) \cdot K(s) \quad (6)$$

where $U_{in}(s)$ is the input voltage in the Laplace-domain. Then the input voltage is a single voltage jump $1(t)$ (Fig. 2), which in Laplace-domain is defined as:

$$U_{in}(s) = U_m / s. \quad (7)$$

The denominator (7) has three roots:

$$s_1 = 0, s_{2,3} = -\frac{\Omega_c}{2} \left(r_{pwr} \pm \sqrt{r_{pwr}^2 - 4} \right). \quad (8)$$

Considering that $r_{pwr} \leq 1$, $s_{2,3}$ are complex conjugate, and they can be represented as follows:

$$s_1 = 0, s_{2,3} = -\frac{\Omega_c}{2} \left(r_{pwr} \pm j\sqrt{4 - r_{pwr}^2} \right). \quad (9)$$

With these roots, u_{out} in the time domain can be defined as:

$$u_{out}(t) = U_m + 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{2U_m}{r_{pwr}^2 - 4 - jr_{pwr}\sqrt{4 - r_{pwr}^2}} e^{-\frac{r_{pwr}\Omega_c}{2} \left(1 - j\frac{\sqrt{4 - r_{pwr}^2}}{r_{pwr}} \right) t} \right\} = U_m \left\langle 1 - e^{-\frac{\Omega_c r_{pwr} t}{2}} \cdot \left\{ \cos \left[\left(\frac{\Omega_c}{2} \sqrt{4 - r_{pwr}^2} \right) t \right] + \frac{r_{pwr}}{\sqrt{4 - r_{pwr}^2}} \cdot \sin \left[\left(\frac{\Omega_c}{2} \sqrt{4 - r_{pwr}^2} \right) t \right] \right\} \right\rangle. \quad (10)$$

Equation (6) can be as represented as follows:

$$U_{out}(s) = \frac{U_m \Omega_c^2}{s(s^2 + r_{pwr}\Omega_c s + \Omega_c^2)}. \quad (11)$$

Equation (11) yields the following time-domain expression for the output voltage u_{out} :

$$u_{out}(t) = U_m \left\langle 1 - e^{-\frac{\Omega_c r_{pwr} t}{2}} \cdot \left\{ \cos \left[\left(\frac{\Omega_c}{2} \sqrt{4 - r_{pwr}^2} \right) t \right] + \frac{r_{pwr}}{\sqrt{4 - r_{pwr}^2}} \cdot \sin \left[\left(\frac{\Omega_c}{2} \sqrt{4 - r_{pwr}^2} \right) t \right] \right\} \right\rangle. \quad (12)$$

Fig. 3 shows the result of calculating u_{out} according to (9) for the four values of r_{pwr} mentioned above. For the calculation, following parameters of the LC-LPF were used: $L_{LPF} = 1.6$ mH, $C_{LPF} = 16$ uF, $Z_{in} = 10$ Ohm for $r_{pwr} = 1$; $U_m = 1$ V.

As it can be seen from waveforms of u_{out} in Fig. 3, with a decrease in the value of r_{pwr} the peak value of u_{out} increases and the total duration of the transient process at the output of the LC-LPF increases as well. It can also be seen from the above curves that the peak value at $r_{pwr} = 0.1$ is much higher than its steady-state value, which can have extremely negative consequences for the consumer, up to its failure.

Simulation of the LC- and RLC-LPFs Response to the Single Input Voltage Jump $1(t)$. To verify the validity of (12), the response of the LC-LPF to the input voltage jump $1(t)$ was modeled using PSPICE.

The simulation results are shown in Fig. 4. Response of the LC -LPF to the input voltage jump $1(t)$ obtained from simulation.

Comparison of the calculation and simulation results shows a deviation of no more than 1%, which confirms the reliability of (12).

As it can be seen from waveforms of u_{out} in Figs. 3 and 4, it is clear that the output voltage's peak value and the duration of the transient process increase with decreasing r_{pwr} . Thus, for $r_{pwr} = 1$ the voltage peak value of the largest surge is less than 20% of the steady-state value, and for $r_{pwr} = 0.1$ the above-mentioned peak value exceeds the steady-state value by almost 2 times.

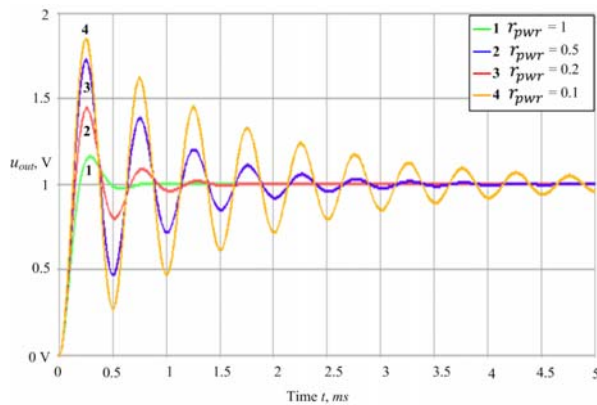


Fig. 3

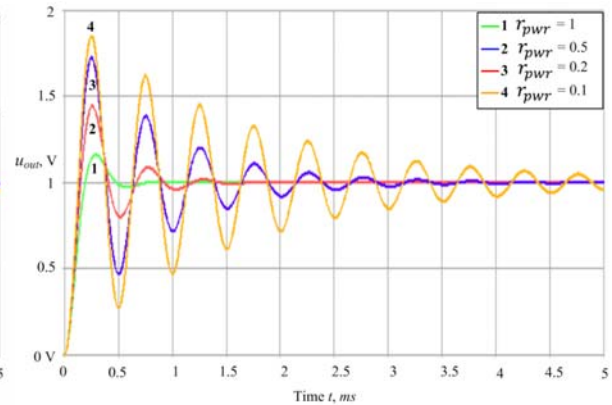


Fig. 4

To reduce the largest voltage's peak value, it is proposed to supplement the LC -LPF circuit with a resistor R_c , which is connected in series with the capacitor C_{LPF} (Fig. 5).

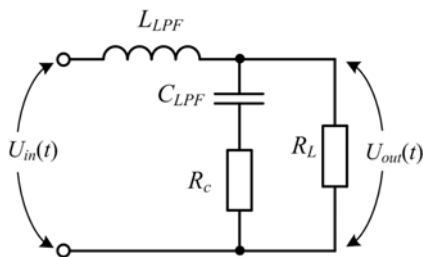


Fig. 5

Simulation results show a positive effect of such solution, i.e. a reduction both the largest voltage's peak value and the duration of the transient process, provided that $R_c \geq Z_c = \sqrt{L_{LPF} / C_{LPF}}$. Fig. 6 shows waveforms of u_{out} for the RLC -LPF and four values of R_c : 0.1 Ohm, 10 Ohm, 20 Ohm, 30 Ohm in the case of $Z_{in} = 10Z_c = 100$ Ohm ($r_{pwr} = 0.1$).

As it can be seen from Fig. 6, there is a significant decrease in the peak-value of the voltage surge and a significant decrease in the duration of the transient process with increasing R_c value. Thus, for $R_c = 30$ Ohms, the largest voltage's peak value decreases by more than 40 times.

Experimental Results. Experimental studies were carried out with a mock-up of an L -shaped RLC -LPF. The measurement scheme is shown in Fig. 7. The inductance $L_{LPF} = 1.6$ mH, the capacitance $C_{LPF} = 16.8$ μ F realized by connecting three EPCOS B23924 capacitors (5.6 μ F, X2, 305 VAC) in parallel. The choke L_{LPF} is wound on four Magnetics 0077192A7 toroidal cores with 56 turns. The MOSFET IPP034NE7N3 ($V_{ds} = 75$ V, $I_{ds} = 100$ A) is used as the switch S_1 . The voltage rise rate after S_1 to the input voltage level $U_{in} = 10$ VDC with an active load of 1 kOhm was 70 ns.

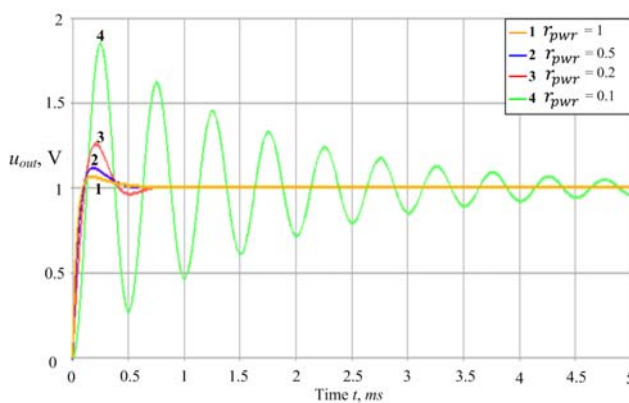


Fig. 6

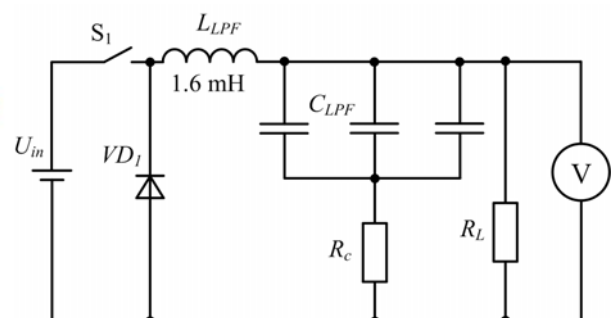


Fig. 7

Fig. 8 shows waveforms of u_{out} obtained during measurements: (a) $R_c = 0.1$ Ohm; (b) $R_c = 30$ Ohm. Waveforms of u_{out} under $R_L = 100$ Ohm are shown in Fig. 8, a and for $R_c=30$ Ohm – in Fig. 8, b. Comparison of the waveforms in Fig. 8 with the corresponding ones in Fig. 6 for $R_c = 0.1$ Ohm and $R_c = 30$ Ohm shows that they are practically the same, which confirms the reliability of the simulation results.

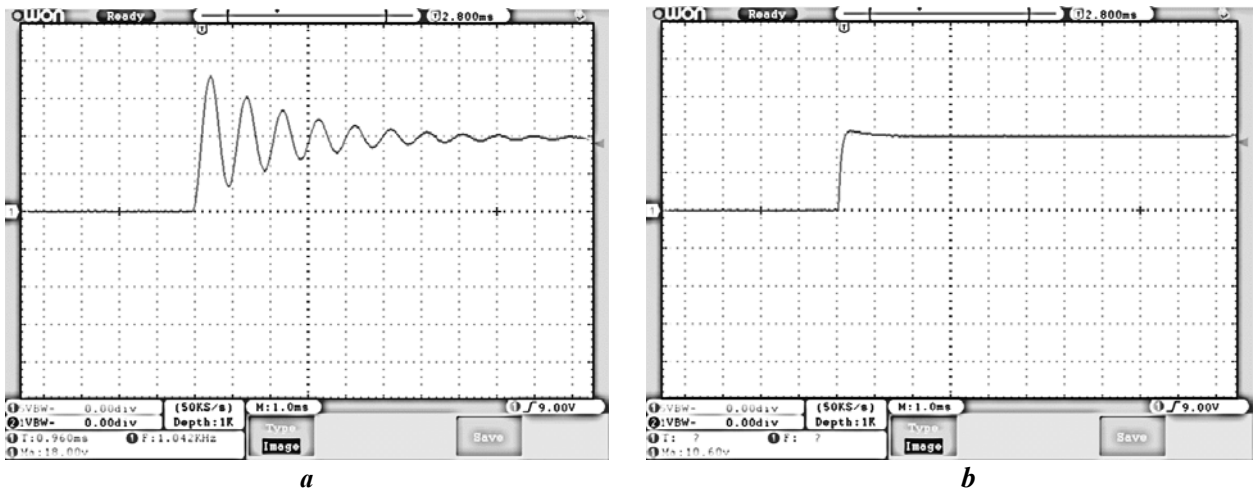


Fig. 8

Standardized surge pulse and its applying to the device under test. According to the requirements [1], a standardized high-energy surge pulse from a 1.2/50 combination wave generator (CWG) enters to the AC input of the device under test (DUT) through a capacitor of 18 μ F. The amplitude of the standardized surge pulse is selected from the range 0.5 kV; 1 kV; 2 kV; 4 kV depending on the given degree of test severity. The circuit to supply a surge pulse from the CWG to the AC input of the DUT, and a decoupling device, which does not allow the standardized surge, pulse to penetrate into the common AC power grid, shown in Fig. 9.

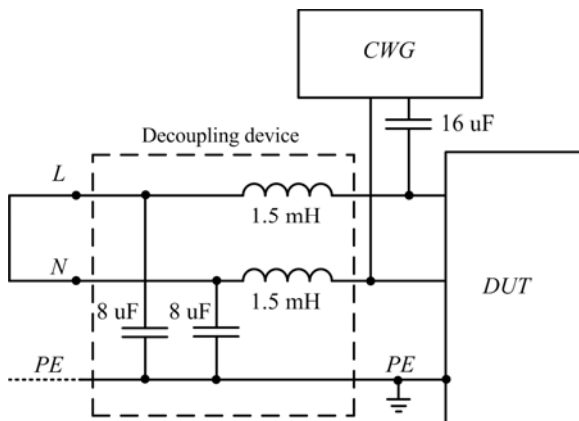
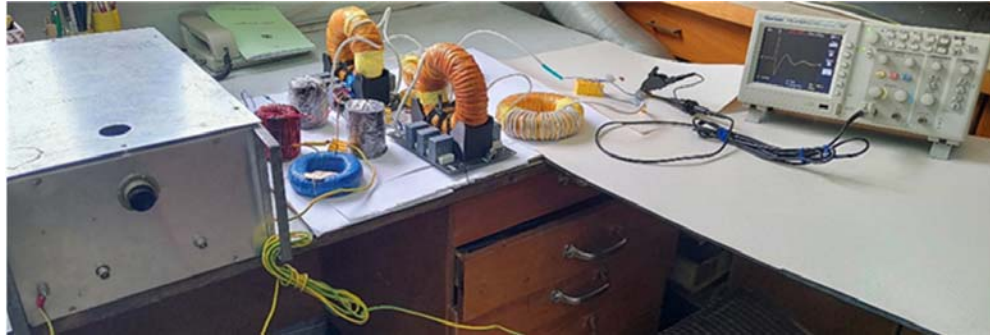


Fig. 9

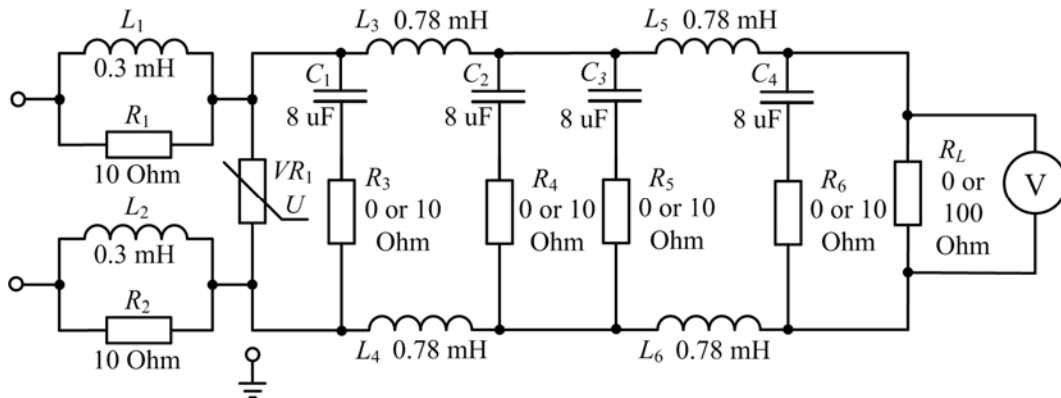
For generation of a surge pulse, a CWG unit was manufactured in accordance with the recommendations of the standard [1]. In the case of the open-circuit mode, the realized duration of the CWG's surge pulse rise was 1.3 μ s, while the half amplitude duration was 52 μ s, and the pulse amplitude at the generator output was 500 V. In the case of the short-circuit mode, the duration of the current pulse rise was 7 μ s, the duration of the current pulse at half the amplitude was 18 μ s, and the amplitude of the current pulse was 260 A. Thus, according to the rules for calculating the output resistance of the CWG given in the above-mentioned standard [1], the internal resistance R_i of the CWG unit was $500/260 \approx 1.92$ Ohm, which meets the requirement of $R_c \leq 2$ Ohm.

To simplify measurements and analysis of u_{out} under the action of a pulse from the CWG, the pulse was applied to the DUT input with the "L" and "N" conductors shorted and disconnected from the power grid (Fig. 9).

As a DUT, a typical scheme presented in [13] for protecting the electrical consumer from the action of high-energy high-voltage surge pulse from the power grid was used. The DUT sample, shown in Fig. 10, a, contains a voltage limiter based on the varistor combined with the LR chain [14], and a two-stage LPF. The complete DUT circuit is shown in Fig. 10, b.



a



b

Fig. 10

Each of the capacitors $C_1..C_4$ in the scheme of Fig. 10, *b* consists of four polypropylene capacitors MKP-X2 of 2 uF, 310VAC, connected in parallel. The inductance of the air core Inductors L_1 and L_2 is 0.3 mH. Chokes $L_3...L_6$ are wound on Magnetics 0077192A7 toroidal cores, their inductance is 0.78 mH. The value of Z_c of the two-stage LPF is 10 Ohm at the zero-frequency ($f = 0$), the resistance of resistors $R_1...R_6$ is 10 Ohm, $R_L = 10$ Ohm for the case of $r_{pwr} = 1$, and $R_L = 100$ Ohm for the case of $r_{pwr} = 0.1$. The voltage limiter uses a 20D361K varistor VR_1 .

Fig. 11 shows the waveforms of u_{out} for $R_L = 100$ Ohm, and the amplitude U_m^{srg} of the surge pulse $U_m^{srg} = 500$ V, for two cases: 1) $R_3...R_6$ are shorted ($R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 0$); 2) $R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = Z_c = 10$ Ohm.

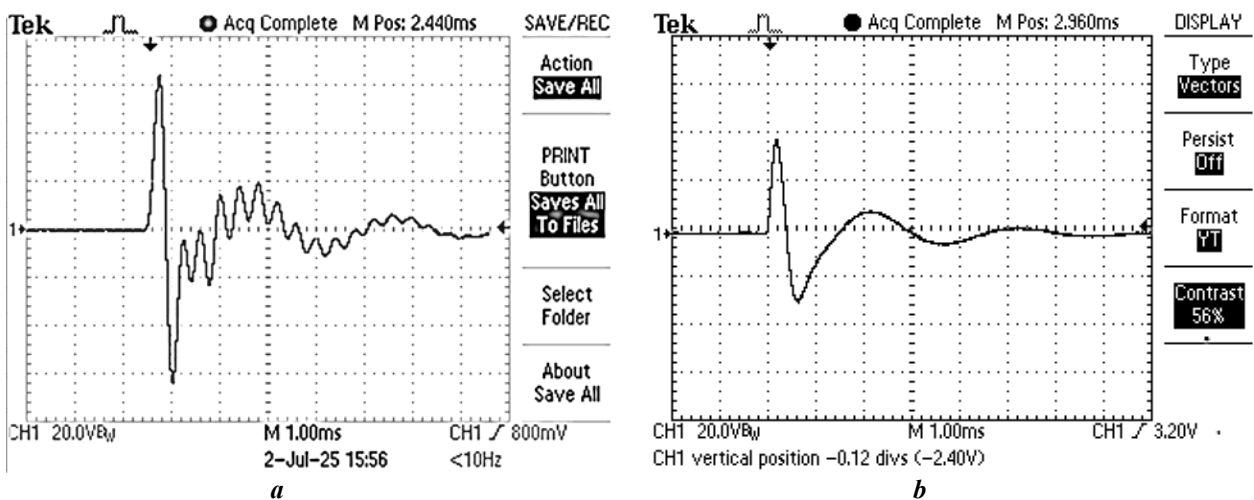


Fig. 11

Waveforms of residual voltage at the LPF output, $R_L = 100$ Ohm for case 1 are shown in Fig. 11, *a* and for case 2 – in Fig.11, *b*. As can be seen from these waveforms, introducing resistors in series with each LPF capacitor reduces the largest voltage peak value on R_L from 64 V to 40 V, i.e. by 1.6 times.

To make sure that the incorporation of the above-mentioned resistors in series with the LPF capacitors does not impair the operation of the device in the nominal load mode, Fig. 12 shows the voltage waveforms across the resistor $R_L = 10$ Ohm, for the same cases.

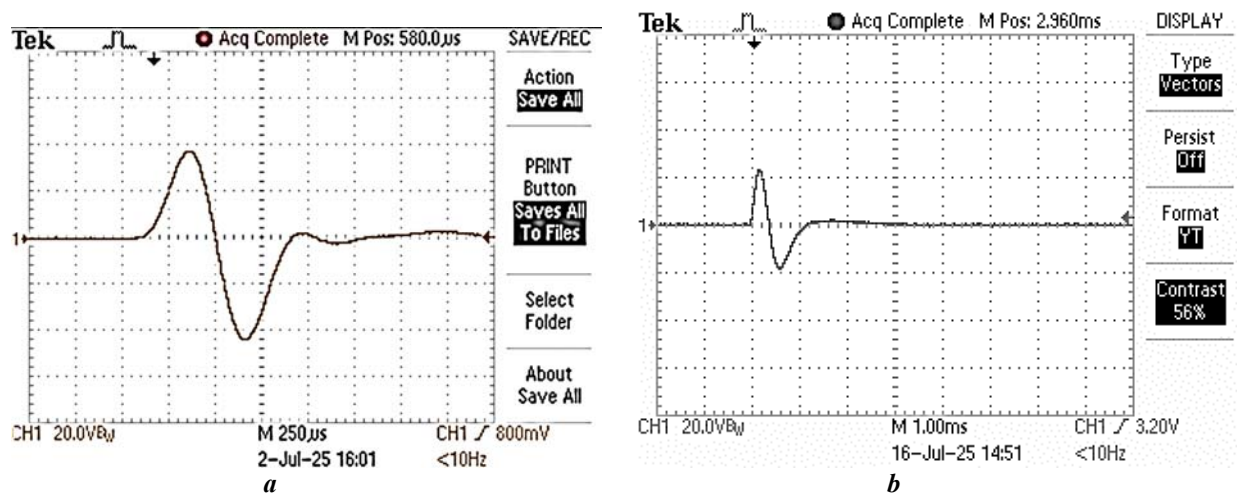


Fig. 12

Waveforms of residual voltage at the LPF output, $R_L = 10$ Ohm for case 1 are shown in Fig. 12, *a* and for case 2 – in Fig. 12, *b*. As can be seen from these waveforms, introducing resistors in series with each LPF capacitor in the rated load mode also reduces the largest voltage peak value on R_L from 42 V to 23 V, i.e. almost twice.

Thus, experimental studies of the DUT mock-up's response to the action of a standardized surge pulse confirmed the results of theoretical analysis and computer simulation.

Conclusions. Theoretical analysis and computer modeling have shown that improvement of the circuit for protecting the consumer from large-amplitude overvoltage pulses in the microsecond range from the power supply network by introducing resistors in series with LC -LPF capacitors of the protection circuit significantly reduces the amplitude of the overvoltage pulse at the consumer's power input in both light and nominal load modes. The resistance of the resistors added to the protection circuit must be commensurate with the characteristic impedance of the LC -LPF at zero frequency.

Experimental studies of the response of an improved protection circuit's model to the action of a pulse from a microsecond pulse interference generator (according to the standard IEC 61000-4-5) confirmed the results of theoretical analysis and computer modeling. The introduction of the mentioned resistors reduces the amplitude of the overvoltage pulse at the consumer's mains input by 1.6 times for the light mode (100% consumer power), compared to a typical protection scheme.

1. EN 61000-4-5:2014/A1:2017. Electromagnetic compatibility (EMC). Part 4-5: *Testing and measurement techniques. Surge immunity test*. 2017.
2. EN 61000-4-4:2012 Electromagnetic compatibility (EMC). Part 4-4: *Testing and measurement techniques. Electrical fast transient/burst immunity test*. 2012.
3. Ott H.W. *Electromagnetic Compatibility Engineering*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009. 843 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470508510>.
4. Gurevich V. *Electromagnetic Terrorism: New Hazards. Electrical Engineering and Electromechanics*. 2005. No 4. Pp. 81-83.
5. Ricketts L.W., Bridges J.E., Myletta J. *Electromagnetic pulse and protection methods*. Moskva: Atomizdat, 1979. 328 p. (Rus).
6. Tao Liang., Yan-zhao Xie. Maximizing Radiated High-Power Electromagnetic Threat to Transmission Line System Under the Constraints of Bounded Bandwidth and Amplitude. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. 2021. Vol. 63. Issue 3. Pp. 840-847. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEMC.2020.3040271>.
7. William A.R., Richard H. Recent Developments in High Power EM (HPEM) Standards With Emphasis on High Altitude Electromagnetic Pulse (HEMP) and Intentional Electromagnetic Interference (IEMI). *IEEE Letters on Electromagnetic Compatibility Practice and Applications*. 2020. Vol. 2. Issue 3. Pp. 62-66. DOI: <https://doi.org/10.1109/LEMCPA.2020.3009236>.

8. Marian L., Michael S., Holger H. HPEM - Based Risk Assessment of Substations Enabled for the Smart Grid. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. 2020. Vol. 62. Issue 1. Pp. 173-185. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEMC.2019.2893937>.
9. Giri D.V., Hoad R., Sabath F. Implications of high-power electromagnetic (HPEM) environments on electronics. *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*. 2020. Vol. 9. Issue 2. Pp. 37-44. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEMC.2020.9133238>.
10. Martynov D.V., Rudenko Yu.V., Martynov V.V. Research of a bidirectional converter using an asymmetric inverter with a magnetically coupled two-winding inductor in an energy storage system. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2025. No 3. Pp. 15-21. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2025.03.015>. (Ukr).
11. Martynov D.V., Rudenko Yu.V., Martynov V.V. Improving the operation of an asymmetric inverter with magnetically coupled inductors for energy storage systems. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2025. No 4. Pp. 53-58. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2025.4.07>.
12. Ozenbauch R.L., Pullen T.M. EMI Filter Design. CRC Press, 2001. 348 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780203910313>.
13. Tihanyi L. Electromagnetic Compatibility in Power Electronics. IEEE Press, 1995. 403 p.
14. Kularatna N., Ross A.S., Fernando J., James S. Design of Transient Protection Systems. Elsevier Inc., 2018. 282 p.
15. Liu Dejun, Wu Fei. Nuclear electromagnetic pulse protection device. Patent USA No CN118352980(A), 2024.
16. Pavlovskiy V.O., Gurin V.K., Yurchenko O.M. Increasing of electrical and radioelectronic equipment immunity against high voltage short-duration pulse disturbances in the mains. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No 5. Pp. 34-37. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.05.034>. (Ukr).
17. Pavlovskiy V.O., Gurin, V.K., Yurchenko, O.M. Analysis of electromagnetic processes in the “voltage limiter-low-frequency filter” circuit during the influence of high-voltage surge from the power supply network. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2023. No 4. Pp. 37-42. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.04.037>. (Ukr).

УДК 621.391

ЗАХИСТ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАЧІВ ВІД ВИСОКОВОЛЬТНИХ ІМПУЛЬСНИХ ЗАВАД МІКРОСЕКУНДНОГО ДІАПАЗОНУ ТРИВАЛОСТЕЙ У ПОЛЕГШЕНОМУ РЕЖИМІ НАВАНТАЖЕННЯ

В.О. Павловський¹, канд. техн. наук, **П.Ю. Герасименко¹**, канд. техн. наук,
В.К. Гурін¹, канд. техн. наук, **О.М. Юрченко¹**, докт. техн. наук, **Д.Д. Мугенов²**

¹ Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.

E-mail: yuon@ied.org.ua.

² НТУ України “Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського”,
пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна.

У роботі розглянуто особливості захисту електроспоживачів від високовольтних імпульсних завад мікросекундного діапазону тривалостей (МІП) у полегшеному режимі навантаження. Проведено аналіз типової схеми захисту, яка складається з каскадно з'єднаних схем обмежувача амплітуди і двокаскадного фільтра нижніх частот (ФНЧ). Проведено теоретичні розрахунки і моделювання відгуку Г-подібної ланки ФНЧ на дію МІП для режиму полегшеного навантаження, які показали збільшення амплітуди залишкової напруги МІП на виході ланки. Задля зменшення амплітуди відгуку запропоновано включити резистори послідовно з кожним конденсатором ФНЧ. Результати моделювання та експериментальні дослідження підтвердили ефективність запропонованого технічного рішення – максимальна амплітуда залишкової напруги МІП на електромережному вході електроспоживача зменшилася майже вдвічі. Бібл. 17, рис. 12.

Ключові слова: високовольтні імпульсні завади, захищеність апаратури, варистор, супресор.

Received 27.10.2025

Accepted 16.02.2026

COMPARATIVE ANALYSIS OF NUMERICAL AND NUMERICAL-ANALYTICAL
MODELING OF PERMANENT MAGNET GENERATORS

I.P. Kondratenko*, V.V. Grebenikov**, R.V. Gamaliia***, R.S. Kryshchuk****
Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: dep7ied@ukr.net; elm1153@gmail.com.

The paper investigates the adequacy of a simplified mathematical model of a numerical-analytical method for calculating low-power permanent magnet generators for autonomous power systems operating with a rectifier and active load. The object of study is generators with a radial arrangement of permanent magnets on the rotor surface. The model considered is based on an idealized representation of the air gap between the rotor and stator and does not take into account the tooth-and-groove structure, the actual geometric dimensions of the permanent magnets, and the nonlinear magnetic properties of ferromagnetic materials. To assess the adequacy of the model, a comparative analysis of the results of numerical-analytical calculations with the data of high-precision modeling using the finite element method in the Ansys Maxwell software package was performed. A series of FEM models of generators with varying levels of detail and complexity were constructed. The paper presents mathematical expressions of the numerical-analytical method based on the Fourier transform, oriented towards computer implementation. The modeling was performed taking into account the electrical circuit of the generator, which includes a three-phase rectifier and an active load. The time dependencies of the magnetic field distribution and electromagnetic torque were calculated. The errors in the calculation of the electromagnetic torque obtained by the numerical-analytical method were determined in comparison with FEM models of varying degrees of detail. The results demonstrate the capabilities and limitations of the simplified mathematical model and confirm the feasibility of its use for preliminary calculations and optimization of the parameters of permanent magnet generators for autonomous renewable energy systems. References 12, figures 6, tables 3.

Keywords: modeling; electric generator; renewable energy; permanent magnets; energy characteristics; electromagnetic torque; numerical-analytical method; finite element method.

Introduction. The efficient use of renewable energy sources, in particular wind energy, is one of the priority areas for the development of modern energy systems. Low-power permanent magnet (PM) generators operating with a rectifier and active load have become widely used in autonomous energy systems. Such generators are characterized by high efficiency, reliability, and the ability to operate under variable rotational speeds, which makes them promising for autonomous wind power installations.

Effective design of PM generators requires accurate calculation of the magnetic field and energy characteristics, which allows optimizing the geometric parameters of the machine and ensuring stable operation under variable load conditions. The most accurate results are provided by finite element modeling (FEM) in modern software packages. At the same time, the development of finite element models requires considerable time, high qualifications, and careful validation of the results obtained.

In this regard, for preliminary engineering calculations and the selection of design parameters for generators, it is advisable to use analytical and numerical-analytical methods that allow for a quick assessment of the main characteristics of the machine without performing a complete FEM simulation. Similar to traction electric drive design tasks [1], such methods make it possible to quickly determine key indicators - in particular, electromagnetic characteristics, torque density, and efficiency - in a wide range of operating modes and to perform preliminary optimization of geometric dimensions.

© Kondratenko I.P., Grebenikov V.V., Gamaliia R.V., Kryshchuk R.S., 2026
ORCID: * <https://orcid.org/0000-0003-1914-1383>; ** <https://orcid.org/0000-0002-1114-1218>;
*** <https://orcid.org/0000-0002-5729-7891>; **** <https://orcid.org/0000-0002-1933-0144>

© Publisher PH "Akadempriodyka" of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2026



This is an Open Access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.en>

A number of approaches to the analytical and numerical-analytical calculation of the electromagnetic field of permanent magnet generators have been proposed in the scientific literature. These methods take into account the dependence of the magnetic field, currents, and voltage of the stator windings on the geometric parameters of the machine and the electromagnetic properties of the materials. Thus, in [2], a method was developed based on the rotor magnetic potential model in combination with a magnetic equivalent circuit, which allows taking into account the saturation effects of ferromagnetic materials. In [3], a two-dimensional analytical calculation of the magnetic field in the air gap of a generator is presented using vector magnetic potential and the method of separation of variables. Work [4] is devoted to a calculation method based on scalar magnetic potential, taking into account the interaction of the stator poles and slots, which provides an accurate determination of the radial and tangential components of magnetic flux density induction. In [5], an analytical method based on a magnetic equivalent circuit with iterative determination of magnetic resistances, taking into account saturation, is proposed.

A significant contribution to the development of analytical methods for calculating electric machines has been made by employees of the Electromagnetic Systems Department of the Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine. In particular, monograph [6] discusses the application of the integral transformation method for the analysis of electromechanical systems, including linear machines and radial magnetic flux machines with permanent magnets. Further development of analytical methods for calculating radial magnetic flux machines with permanent magnets is also presented in works [7, 8].

The simplest analytical approach to modeling electric machines with permanent magnets is to use a two-dimensional model of an air gap with idealized surfaces of the rotor and stator magnetic conductors. Within such a model, materials are considered linear, and the magnetic field of permanent magnets and stator currents are represented as equivalent current loops [6–8]. Although analytical methods allow calculations to be performed in several areas with boundary conditions and take into account the volumetric distribution of field sources, the inevitable simplification of geometry and linearization of material properties lead to certain errors.

A systematic comparison of the results of simplified analytical models [8] with data from high-precision FEM modeling in software packages such as Ansys Maxwell [9] makes it possible to determine the limits of applicability of the analytical approach and evaluate its accuracy at various stages of designing permanent magnet generators for autonomous renewable energy systems.

The purpose of this work is to validate a mathematical model and a numerical-analytical method for calculating the magnetic field and energy characteristics of electric generators with surface-mounted permanent magnets (SMPM) on the rotor for renewable energy systems (with a rectifier and active load) based on the example of a low-power generator.

To achieve this goal, a comparative analysis of the results of numerical and analytical calculations was performed using high-precision finite element modeling data in the Ansys Maxwell software package. A series of FEM models with varying levels of detail was constructed to determine the effect of geometric simplifications on the accuracy of calculating

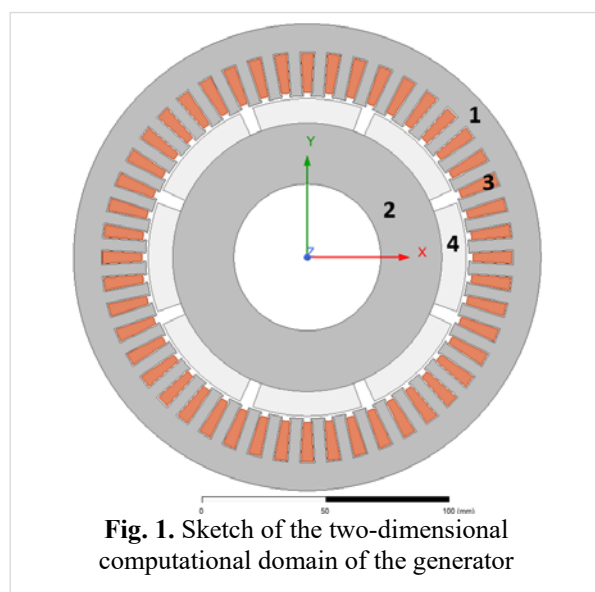


Fig. 1. Sketch of the two-dimensional computational domain of the generator

the electromagnetic characteristics of the generator. Electromagnetic torque was chosen as the main parameter for comparison, since it is an integral characteristic that comprehensively reflects the interaction between the rotor magnetic field and stator currents. Unlike local magnetic field parameters, the electromagnetic torque provides a more accurate assessment of the adequacy of the model and is sensitive to the influence of higher harmonics arising from the cogging structure of the stator and the peculiarities of the rectifier operation.

Description of the FEM model. Fig. 1 shows a sketch of a 2D cross-section computational domain of a generator with a three-phase stator winding and SMPM on the rotor. This model is used for finite element modeling in the Ansys Maxwell program [9]. Figure 1 denotes: 1 is the stator core, 2 is the rotor core, 3 is the slots with stator winding, 4 is the permanent magnets.

The model has the following basic geometric parameters:

- radius of the active surface of the stator is 66 mm, outer radius of the stator yoke is 95,5 mm;
- active surface radius of the rotor is 55 mm, inner radius of the rotor core is 30 mm;
- magnet height is 10 mm, ratio of magnet width to pole width along the azimuth coordinate is 40/45;
- height and width of stator teeth is 17 mm and 4,7 mm, respectively;
- height and width of wedge-shaped tooth tip protrusions of teeth is 1,0 mm and 5,7 mm, respectively.

Rotor rotation frequency is $\nu_r(t) = \text{const} = 3000$ rpm. For the stator and rotor core, 1008 steel with standard magnetization characteristics from the Ansys Maxwell material library was used, which ensures correct reproduction of the properties of ferromagnetic materials in the model. Electromagnetic parameters of the winding: number of conductors in the slots is 7, number of pole pairs is 4, number of slots per pole and phase is 2, pitch reduction factor is 1.

The model does not contain electrically conductive elements, losses in steel are not taken into account. In FEM models with a stator tooth-slot structure, the slot leakage inductance is automatically taken into account by the Ansys Maxwell software package. The active resistance of the winding is calculated using analytical methods [10] and taken into account in the electrical circuit, which includes the electric machine, Fig. 2. The scattering inductance and active resistance of the end parts of the winding are not taken into account in this study.

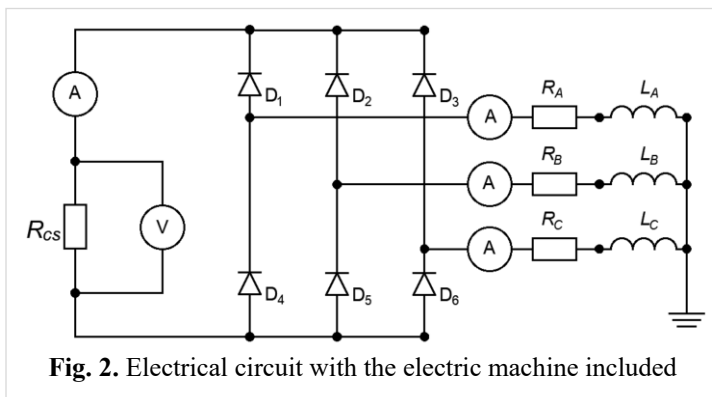


Fig. 2. Electrical circuit with the electric machine included

To simulate the actual operating conditions of the generator, a typical circuit for autonomous wind power systems with a six-diode rectifier [11] and an active load (Fig. 2) was used in the Ansys Circuit program, which, together with Ansys Maxwell, is part of the Ansys Electronics software suite [9]. The rectifier ($D_1 \dots D_6$) creates a non-sinusoidal load that affects the shape of the phase currents and electromagnetic torque. The active resistance R_{cs} simulates the load (Table 1). The inductances L_A, L_B, L_C and active resistances $R_w = R_A = R_B = R_C$ represent the parameters of the

stator winding. The circuit accounts for the rectifier and resistive load effects on phase winding currents, and consequently on the magnetic field and electromagnetic torque.

Description of the analytical model. Figure 3 shows a sketch of the generator model simulation domain of the generator air gap (within one a single pair of poles) used for numerical and analytical calculations using based on the integral transformation method [6, 8]. In the model, two current loops j_p are

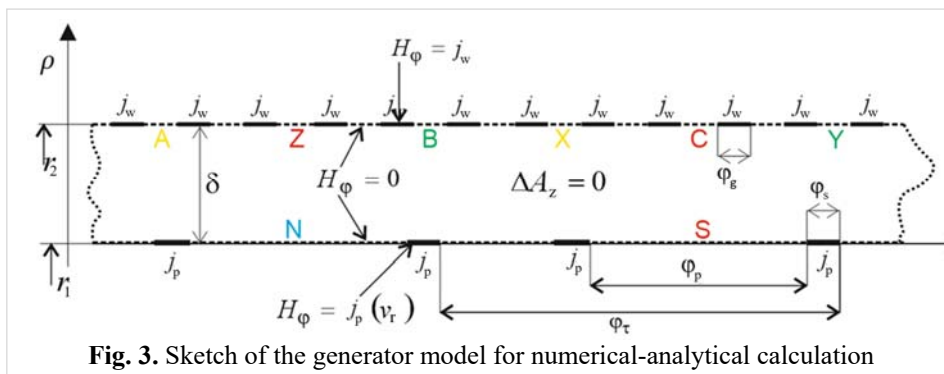


Fig. 3. Sketch of the generator model for numerical-analytical calculation

used instead of each permanent magnet at a radius r_1 . The position of the current loops j_p along the azimuth coordinate depends on the specified rotation frequency ν_r (rpm), which can be set either as constant or variable over time. In this case, the angular width between two such current

contours is equivalent to the angular width of a permanent magnet ϕ_p , and the length of the contours ϕ_s along the axis ϕ does not depend on the height of the permanent magnets, but is chosen to be as small as possible to localize the equivalent field source only at the edges of the imaginary magnet:

$$\phi_s \ll (\phi_\tau - \phi_p). \quad (1)$$

This ensures the most accurate reproduction of the magnetic flux density induction distribution in the air gap in the model (Fig. 3), where the magnetic field source is specified by the boundary condition [8].

The representation of the stator's tooth-slot zone is performed by boundary conditions at the radius r_2 . The total current of each slot is represented by a linear current contour j_w on the surface of the ideal stator magnetic conductor.

Numerical-analytical calculation method. To calculate the inductance and induced EMF in the stator phase windings, a program was written in the Wolfram computer algebra system [12] based on the following expressions (2)...(9) of the calculation method described in [8]. The calculation is performed in three stages: determining the current density distribution in the stator and rotor contours according to expressions (2)–(4); calculating the induced EMF and inductances according to expressions (5)–(7); calculating the electromagnetic torque according to expression (8). The input data for the calculation are given in Table 1.

Table 1

Parameter	Value	Units	Description
μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	Gn/m	magnetic constant
p	4	-	number of pole pairs
q	2	-	slots for pole and phase
m	3	-	number of stator phases
r_2	0,066	m	stator radius
δ_1	0,001	m	air gap
h_p	0,010	m	magnet height
$k_{\phi p}$	40/45	-	magnet overlap of rotor pole
b_g	0,0052	m	slot width
l_d	0,130	m	air gap length
M_p	1003441	A/m	magnetization of magnet
μ_{rp}	1,045	-	relative magnetic permeability of magnets
β	1	-	pole pitch reduction coil pitch factor
w_c	3,5	-	number of effective turns in 2-layer winding coils, in half a slot
$v_r(t)$	3000	rpm	the rotor speed is set constant in time to simulate the steady state operation of the generator
L_g	0,00117	Gn	slot leakage inductance dispersion in slots per phase
L_e	0	Gn	frontal end-winding inductance dispersion per phase
L_{cs}	0	Gn	inductance of the load
R_w	0,03	Om	active resistance of the winding per phase
R_{ce}	50	Om	active resistance of the load

The current density in the stator and rotor current contours is calculated using the expressions:

$$j_{pn}(t) = k_{jp} I_p k_{pn}(t), \quad j_{wn}(t) = k_{wj} \sum_{K=1}^m i_K(t) k_{wn}(K), \quad (2)$$

where t is time; $m=3$ is the number of stator phases; $i_K(t)$ is current of phase K ($K = A, B, C$), $k_{wn}(K)$, $k_{pn}(t)$ and $k_{pn}(t)$ are coefficients of distribution of current contours by azimuth coordinate (winding coefficients [8]):

$$k_{wn}(K) = \frac{\sin(0,5n\varphi_g)}{n\pi} \sum_{q_1=0}^{q-1} \sum_{p_1=0}^{p-1} \left(e^{in\theta_{w1}(K)} + e^{in\theta_{w2}(K)} \right) \left(1 - e^{in\varphi_\tau} \right), \quad (3)$$

$$k_{pn}(K) = \frac{\sin(0,5n\varphi_s)}{n\pi} \sum_{p_1=0}^{p-1} e^{in\varphi_r(t)} \left(e^{in\theta_{p1}} + e^{in\theta_{p2}} \right) \left(1 - e^{in\varphi_\tau} \right), \quad (4)$$

where n is the Fourier transform parameter [6]; i is the imaginary unit. Other components of expressions (2)...(7) are presented in Tables 1 and 2. The voltage induced by permanent magnets in the phase K of the stator winding is calculated using the expression:

$$u_{pK}(t) = \sum_n \frac{l_d w_{ph} \pi}{pq\varphi_g} E_{pn}(t) k_{wn}^*(K), \quad E_{pn}(t) := -in\omega_r A_{pn}(t), \quad (5)$$

where $k_{wn}^*(K)$ is the complex conjugate of the distribution coefficient (3); $E_{pn}(t)$ is the EMF due to the rotation of permanent magnets at coordinate r_2 . To calculate the self ($K' = K''$) and mutual ($K' \neq K''$) inductance, the following expression is used:

$$L_{K'K''} = -\sum_n \frac{l_d w_{ph} \pi}{pq \Phi_g} \cdot \left(k_{jw} k_{wn}(K') \frac{r_2 (r_1^{2n} + r_2^{2n}) \mu_0}{n (r_1^{2n} - r_2^{2n})} \right) \cdot k_{wn}^*(K''). \quad (6)$$

The coupling coefficients between the stator winding phases are:

$$k_K = \frac{L_{K'K''}}{\sqrt{L_{K'K'} \cdot L_{K''K''}}}. \quad (7)$$

Electromagnetic torque of the rotor relative to the stator:

$$M(t) = \sum_{K=1}^m i_K(t) u_{pK}(t) / \omega_r. \quad (8)$$

Table 2

Formula	Description
$\varphi_z = \varphi_\tau / (mq)$	tooth pitch angle
$\varphi_g = \varphi_z k_{gt}$	slot angle
$\varphi_p = \varphi_\tau k_{\varphi p}$	magnet angle
$r_1 = r_2 - \delta$	rotor core radius
$\delta = \delta_1 + h_p / \mu_{rp}$	equivalent non-magnetic gap between magnetic conductors
$k_{gt} = b_g / (\varphi_z r_2)$	slot/tooth pitch ratio
$\varphi_{sm} = \varphi_\tau (1 - k_{\varphi p}) / 2$	angle of maximum width of the rotor linear current contour
$\varphi_s = \varphi_{sm} \cdot 10^{-1}$	angle of the width of the linear current contour
$w_{ph} = 2pqw_c$	number of turns per phase
$\varphi_\tau = \pi / p$	pole angle
$\omega_r(t) = 2\pi v_r(t) / 60$	angular frequency of the rotor
$\varphi_r(t) = \int \omega_r(t) dt$	position of the rotor relative to the stator
$\varphi_{ph}(K) = (2\varphi_r(K - m)) / m$	initial coordinates of linear current contours
$\theta_{w1}(K) = \varphi_{ph}(K) + 2p_1 \varphi_\tau + q_1 \varphi_z$	coordinate of the current contour of the upper layer of the two-layer stator winding
$\theta_{w2}(K) = \theta_{w1}(K) - \varphi_\tau (1 - \beta)$	coordinate of the current contour of the lower layer
$\theta_{p1} = 2\varphi_\tau p_1$	coordinate of the first contour
$\theta_{p2} = \theta_{p1} + \varphi_\tau - \varphi_p - \varphi_s$	coordinate of the second contour
$k_{jw} = Wc / (r_2 \varphi_g)$	current density coefficient in the stator contours
$k_{jp} = 1 / r_1 \varphi_s$	current density coefficient in the rotor contours
$I_p = M_c h_p$	current in the current contours
$K = 1, 2, \dots, m$	phase sequence number
$A_n(t) = A_{pn}(t) + A_{wn}(t)$	magnetic potential at the coordinate r_2
$A_{pn}(t) = j_{pn}(t) \frac{2r_1^{1+n} r_2^n \mu_0}{n (r_1^{2n} - r_2^{2n})}$	magnetic potential from the magnetic field of permanent magnets
$A_{wn}(t) = j_{wn}(t) \frac{r_2 (r_1^{2n} + r_2^{2n}) \mu_0}{n (r_1^{2n} - r_2^{2n})}$	magnetic potential from the magnetic field of stator currents

In this study, the load is represented by active resistance and is connected to the generator winding terminals via a 6-diode bridge rectifier [11] (Fig. 2). A combined approach is used: the generator parameters (induced voltage, inductance, and coupling coefficients) in the Wolfram environment are preliminarily determined by an analytical method using expressions (5)–(7), and additionally, the calculation of the slot leakage inductance L_g , the end parts inductance L_e , and the active resistance of the winding R_w is performed according to textbooks for the design of electrical machines [10]. All results ($u_{pK}(t)$, $L_{K'K''}$, L_g , L_e , R_w , k_K

and R_{cs}) are exported to the Micro-Cap program to find the phase currents $i_A(t)$, $i_B(t)$, $i_C(t)$ of the three-phase generator winding, as well as to find the current through the resistive load R_{cs} . In this study, the rotational speed is assumed constant (according to Table 1), while the time dependencies of the currents are obtained from the transient analysis of the electrical circuit.

The currents in Micro-Cap are calculated using transient analysis over a given time interval and imported back into the analytical model in the Wolfram environment for further calculation of the electromagnetic torque (8). At each step of the transient analysis, the machine parameters are used for the given (constant) speed, and the time variation manifests through the circuit currents, not through variable $\omega_r(t)$.

For an electrical circuit without a voltage rectifier, for example, with an active-inductive load on each phase (R_{eq} and L_{cs}), electrical currents can be calculated without using Micro-Cap, according to the system of equations [8]:

$$\begin{cases} (L_{AA} + L_e + L_g + L_{cs})i_A + L_{AB} \frac{di_B}{dt} + L_{AC} \frac{di_C}{dt} + (R_{eq} + R_w)i_A + u_{pA} = 0 \\ (L_{BB} + L_e + L_g + L_{cs})i_B + L_{BA} \frac{di_A}{dt} + L_{BC} \frac{di_C}{dt} + (R_{eq} + R_w)i_B + u_{pB} = 0; \\ (L_{CC} + L_e + L_g + L_{cs})i_C + L_{CA} \frac{di_A}{dt} + L_{CB} \frac{di_B}{dt} + (R_{eq} + R_w)i_C + u_{pC} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

The resistance of three resistive loads R_{eq} (9), which is equivalent to one resistance with a rectifier (Fig. 2), is determined by the expression:

$$R_{eq} = R_{cs} \left(\frac{\pi^2}{18} \right), \quad (10)$$

which is established based on the ratio between the input phase voltage and the rectified voltage of the Larionov circuit [11].

To verify the numerical-analytical method, a finite element method (FEM) model (Fig. 1) was implemented in Ansys Maxwell software. The numerical-analytical calculations were performed using Wolfram Mathematica/Wolfram System, while the analysis of the complex electrical circuit (Fig. 2) for the numerical-analytical method was conducted using Micro-Cap software. The FEM results are compared with the numerical-analytical results in the following section to validate the accuracy of the numerical-analytical method by comparing the electromagnetic torque.

Comparison of the results of the numerical-analytical method with the results of the FEM (Ansys Maxwell). To verify the numerical-analytical method for calculating the electromagnetic torque of the generator, a comparison was made with the results of numerical modeling in the Ansys Maxwell software package. Since the numerical-analytical method is based on simplifications (linearization of the magnetization characteristics of ferromagnetic materials, replacement of permanent magnets with equivalent surface currents, representation of the slot winding with thin current contours), for an adequate comparison in Ansys Maxwell, a series of 2D models with a gradual approximation to the real design was created (Fig. 4). Fig. 4 shows two-dimensional models in Ansys Maxwell 2D: *a* – slotless model with current contours and slotless model with thin equivalent magnets; *b* – slotless model with real magnets; *c* – model with slots and equivalent thin magnets; *d* – complete models with linear iron and nonlinear iron.

The basic model *a* (Fig. 4) in Ansys Maxwell corresponds as closely as possible to the assumptions of the analytical method: a stator without slots with current loops on the surface of the stator iron with a thickness of 0,05 mm, the relative magnetic permeability of ferromagnetic materials is assumed to be constant ($\mu_r = 1000$). The same geometry (Fig. 4, *a*) is used for two variants of the rotor magnetic system representation: with thin equivalent permanent magnets 0,05 mm thick with equivalent magnetization

$M'_p = M_p \left(\frac{h_p}{0,05} \right)$ (Table 1), or with equivalent current loops on the rotor surface instead of magnets (as in

Fig. 3) with a given current I_p (Table 2). In this case, the equivalent non-magnetic gap δ is calculated according to Table 2.

Model *b* (Fig. 4) restores the real geometry of permanent magnets of nominal thickness (10 mm) and the real non-magnetic gap ($\delta = \delta_1 + h_p$) while maintaining the slotless structure of the stator and the linear magnetic properties of iron. Model *c* (Fig. 4) adds the actual slot structure of the stator with winding, while maintaining the linear magnetic properties of iron. This geometry is used with thin equivalent permanent magnets with a thickness of 0,05 mm. The complete model *d* (Fig. 4) includes all geometric features of the

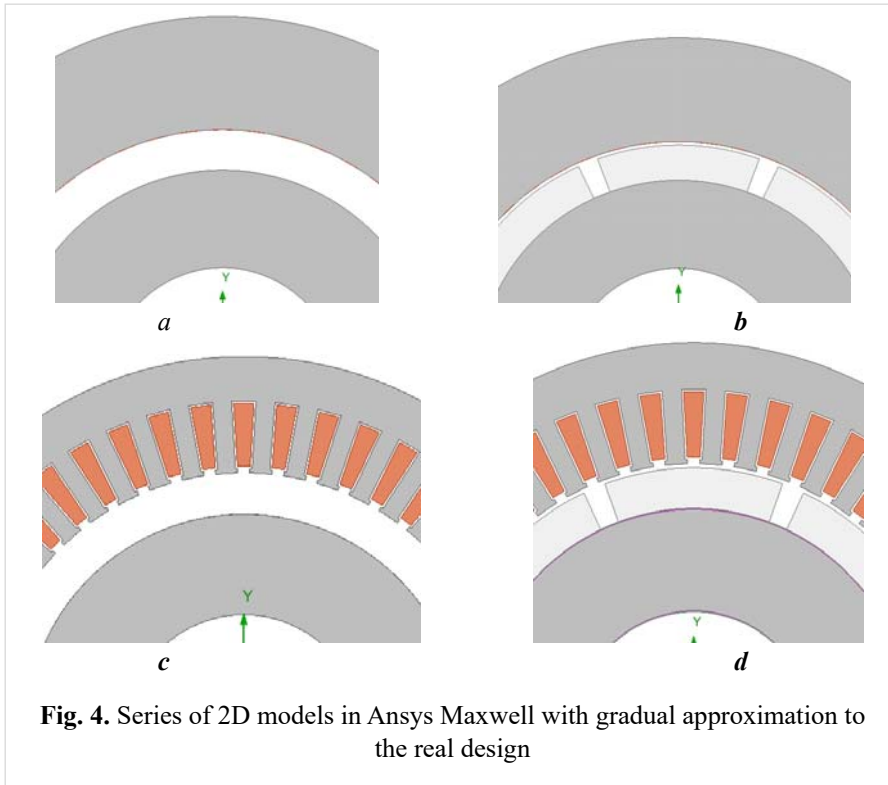


Fig. 4. Series of 2D models in Ansys Maxwell with gradual approximation to the real design

design (stator slots with winding and magnets of nominal thickness). The same geometry is used for two calculation options: preserving the linear magnetic properties of iron and taking into account the nonlinear $B-H$ magnetization curve of the ferromagnetic material of the magnetic conductors (1008 steel from the Ansys Maxwell library), which allows the influence of the magnetic saturation effect on the calculation of the electromagnetic torque of the generator to be taken into account. This consistent approach allows not only to evaluate the accuracy of the analytical method, but also to quantitatively determine the influence of each

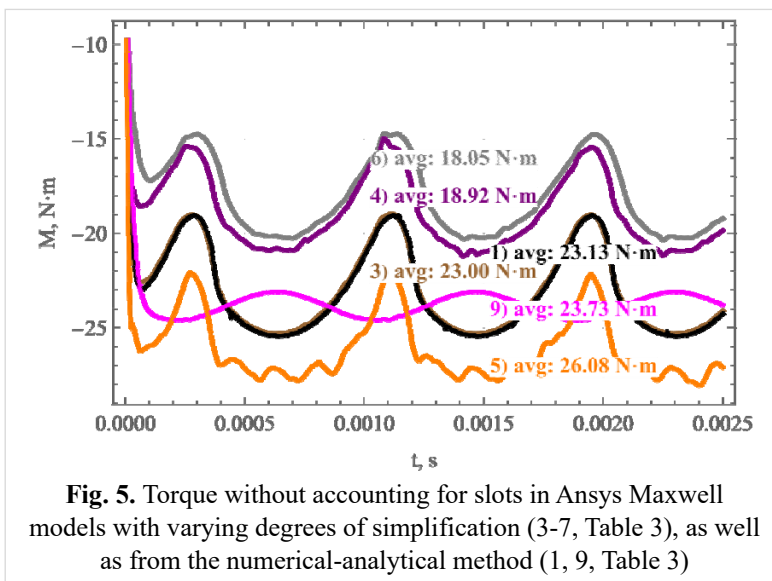


Fig. 5. Torque without accounting for slots in Ansys Maxwell models with varying degrees of simplification (3-7, Table 3), as well as from the numerical-analytical method (1, 9, Table 3)

simplification on the results of the calculation of the electromagnetic torque of the generator.

Fig. 5 and Fig. 6 show the time dependence of the electromagnetic torque of the generator within the electrical half-period (0 ms...2,5 ms), calculated using different methods: Ansys Maxwell 2D (for 4 models in Fig. 4) and the numerical-analytical method according to expressions (2)...(8) for the model in Fig. 3 (which corresponds to model *a* in Fig. 4). The results demonstrate a clear correlation between the degree of model simplification and the nature of the torque curves. The analytical method shows excellent agreement with the slotless model with

current contours j_p in Ansys Maxwell (model *a*, Fig. 4). The results of the comparison of the average values of the electromagnetic torque over the period are given in Table 3.

The analytical method shows excellent agreement with the slotless model in Ansys Maxwell (1 and 3, Table 3). The relative error is only 0,6%, which confirms the correctness of the software implementation of the analytical method according to expressions (2)...(8) with an electrical circuit with 6 diodes [11] (Fig. 2) in the Micro-Cap program.

The representation of magnets by current contours (3, Table 3) shows a more accurate result relative to the complete model (7, Table 3) compared to the use of thin equivalent magnets (4, Table 3). Therefore, the idea of representing the magnetic field of permanent magnets using a boundary condition on the surface of an ideal rotor magnet conductor does not seem appropriate. The error from replacing full-size magnets (5, Table 3) with current contours (3, Table 3) is -11,8 %. The presence of a tooth-slot structure of the stator (6, Table 3) leads to a 4,6% reduction in torque compared to the model without slots (4, Table 3). Not taking into

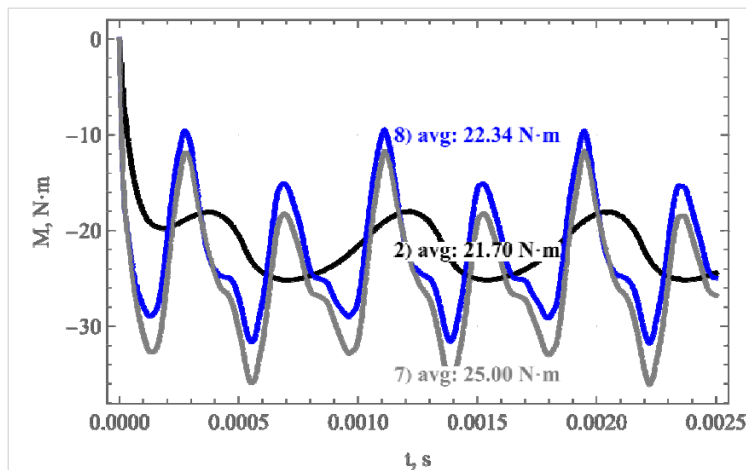


Fig. 6. Torque in Ansys Maxwell with linear (7) and nonlinear (8) iron and stator slots, as well as torque from the numerical-analytical method (2) accounting for slot leakage inductance

account the magnetization curve of the steel of the rotor and stator magnetic conductors increases the torque by 11,9% (7 and 8 in Table 3).

In general, simplification from a complete FEM model with linear magnetic properties (7, Table 3) to a simple analytical model (Fig. 3, Fig. 6, a) results in a calculation error of -8% (comparison of the average torque of 25,00 N·m and 23,00 N·m). This error is the result of the combined effect of all geometric simplifications: replacement of real magnets with current loops, absence of a tooth-and-slot structure in the analytical model, and failure to take into account the scattering leakage inductance of the

slots in the electrical circuit of the simple model. When taking into account the nonlinear magnetization curve of ferromagnetic materials in the complete FEM model, the average torque decreases to 22,34 N·m (Fig. 6, Table 3).

Table 3

No, Fig. 5-6	Model	Model characteristics	Torque, N·m	Deviation from full FEM, %
1	Analytical model, Fig. 3	Without consideration L_g (table 1) with the circuit of Fig. 2 in Micro-Cap	23,13	+3,5
2	Analytical model, Fig. 3	With consideration L_g (table 1) with the circuit of Fig. 2 in Micro-Cap	21,70	-2,9
3	FEM model a, Fig. 4	Current contours, without slots	23,00	+3,0
4	FEM model a, Fig. 4	Thin magnets, without slots	18,92	-15,3
5	FEM model b, Fig. 4	Full-size magnets, without slots	26,08	+16,7
6	FEM model c, Fig. 4	Thin magnets with stator slots	18,05	-19,2
7	FEM model d, Fig. 4	Full, linear iron ($\mu = \text{const}$)	25,00	+11,9
8	FEM model d, Fig. 4	Full, nonlinear iron $\mu(B)$	22,34	base
9	Analytical model (Fig. 3)	Without taking into account L_g , with the scheme according to expression (9)	23,73	+6,2

If the numerical-analytical calculation method additionally takes into account the diffusion inductance of the slots in the electrical circuit according to the methods [10] (2 in Table 3), the calculated torque value is 21,70 N·m (Fig. 6), which gives an error of less than 3% relative to the complete FEM model with nonlinear material properties (comparisons 2 and 8 in Table 3).

In both figures (Fig. 5 and Fig. 6), the influence of a 6-diode voltage rectifier is noticeable, which causes a threefold decrease in the electromagnetic torque during one electrical half-period. This effect is most pronounced on the curves of models without slots (Fig. 5). In the complete model (7 and 8 in Table 3), the moment curves (Fig. 6) additionally show sawtooth harmonics, whose period is $2m$ times smaller than the electrical half-period of the current in the stator winding phases.

Modeling was performed using an analytical method without a voltage rectifier with three equivalent resistors R_{eq} (10) using equation (9) to find the currents in the stator winding phases instead of modeling the electrical circuit in the Micro-Cap program. A curve with an average torque of 23,73 N·m (9, Table 3) was established without the influence of harmonics from the voltage rectifier, which is a sine wave with minimum and maximum values of 23,1 and 24,6 N·m, respectively (Fig. 5). Comparing the curves in Fig. 5 with average torques of 23,73 N·m and 23,13 N·m (9 and 1 in Table 3), the deviation is 2,6%. Therefore, to perform preliminary approximate calculations of the generator (Fig. 1) with a small error in the results, it is possible to use a numerical-analytical calculation method and equation (9) with equivalent resistance (10) instead of the electrical circuit in Micro-Cap (Fig. 2).

Conclusions. The work validates the numerical-analytical method for calculating the electromagnetic characteristics of permanent magnet generators by systematically comparing it with the results of finite element modeling (FEM) in the Ansys Maxwell software package.

It was found that the numerical-analytical method, based on the method of integral transformations taking into account the complex influence of all applied geometric simplifications, demonstrates sufficiently high accuracy ($\pm 3,5\%$) in calculating the average electromagnetic torque over the period, compared to the complete two-dimensional model in Ansys Maxwell. A comparison with an identical analytical model in Ansys Maxwell showed excellent agreement of the results with a relative error of 0,6%, which confirms the correctness of the analytical solution of the magnetic field equation, the software implementation of numerical calculations together with the Micro-Cap program for performing calculations of a three-phase electrical circuit.

Replacing permanent magnets of real dimensions with equivalent current loops on the surface of the rotor core leads to an error of 11,8%. At the same time, the use of very thin equivalent magnets on the rotor surface in FEM models gives an even greater error (27,5%). This indicates the advantage of representing magnets using boundary conditions with the shortest possible linear current loops at the edges of imaginary magnets.

For preliminary calculations of the generator in the case of the resistive-inductive load at the output of a three-phase rectifier, it is possible to use a simplified electrical circuit without a three-phase rectifier with sufficient accuracy (error of 6,2%), but with three equivalent resistors and inductance on each phase, which will allow not to use the Micro-Cap program to calculate a three-phase electrical circuit.

The research results confirm the adequacy and suitability of the numerical-analytical method for preliminary calculations and selection of design parameters for generators with radially magnetized surface-mounted arranged permanent magnets. The method is easy to use (when implemented as a simple computer program), provides sufficient accuracy with significantly lower computational costs and less time spent on FEM modeling, which makes it an effective tool for optimizing the design of an electric machine at the design stage.

The established limits of applicability of the method: the numerical-analytical method is most effective for machines with a relatively uniform non-magnetic gap and a slotless or low-slot stator with negligible slotting effect structure. For machines with a pronounced tooth-slot structure and significant magnetic saturation, the method provides preliminary estimates with subsequent refinement being necessary using the finite element method. The direction of Further development of the proposed method is the introduction of additional coefficients that can increase the accuracy of the calculation under certain conditions. For example, Carter coefficients and core saturation coefficients to expand the range of applicability.

The work is funded by the state program "Development of electromechanical equipment with increased energy efficiency and reliability, diagnostic systems for electric power facilities" ("Aggregate-4") (departmental application, state registration number 0125U000010).

1. Zhu Z. Q., Howe D. Electrical machines and drives for electric, hybrid, and fuel cell vehicles. *Proceedings of the IEEE*. April, 2007. Vol. 95. Iss. 4. Pp. 746-765. DOI: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2006.892482>.

2. Wu S., Shi T., Guo L., Wang H., Xia C. Accurate Analytical Method for Magnetic Field Calculation of Interior PM Motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2021. Vol. 36. No 1. Pp. 325-337. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2020.3000753>.

3. Polinder H., Hoeijmakers M.J. Analytic calculation of the magnetic field in PM machines. IAS-97. Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference Thirty-Second *Industry Applications Society Annual Meeting*, New Orleans, LA, USA, October 5-9, 1997. Pp. 35-41. DOI: <https://doi.org/10.1109/IAS.1997.643005>

4. Liu Z.J., Li J.T. Accurate Prediction of Magnetic Field and Magnetic Forces in Permanent Magnet Motors Using an Analytical Solution. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2008. Vol. 23. No 3. Pp. 717-726. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2008.926034>.

5. Elosegui I., Martinez-Iturralde M., Rico A.G., Florez J., Echeverria J.M., Fontan L. Analytical design of synchronous permanent magnet motor/generators. IEEE International Symposium on *Industrial Electronics (ISIE)*, Vigo, Spain, June 4-7, 2007. Pp. 1165-1170. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISIE.2007.4374763>.

6. Raschepkin A.P., Kondratenko I.P., Karlov O.M. Electromagnetic force impact on liquid metal in crystallizers of continuous casting machines for billets. Kyiv: Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2018. 314 p. (Rus)

7. Raschepkin A.P., Kondratenko I.P., Karlov A.N., Kryshchuk R.S. Magneto-electric energy converter of sea waves. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2021. No 4. Pp. 25-34. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2021.04.025> (Ukr).

8. Kondratenko I.P., Kryshchuk R.S. Mathematical model of a magnetoelectric machine. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 2. Pp. 52-61. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.02.052> (Ukr).

9. Ansys Maxwell. Low-Frequency Electromagnetic Simulation. URL: <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-maxwell> (accessed at 20.01.2026).

10. Kopylov I.P., Goryainov F.A., Klokov B.K., Morozkin V.P., Tokarev B.F. Design of electrical machines. Moskva: Energiia, 1980. 496 p. (Rus)
11. Rudenko V.S., Senko V.I., Chizhenko I.M. Fundamentals of Conversion Technology. Moskva: Vysshaya shkola, 1980. 424 p. (Rus)
12. Wolfram Mathematica. URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/> (accessed at 20.01.2026).

УДК 621.313.3:621.313.17:519.6

**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЧИСЕЛЬНОГО ТА ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНОГО
МОДЕЛЮВАННЯ ГЕНЕРАТОРІВ З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ**

І.П. Кондратенко, чл.-кор. НАН України, **В.В. Гребеніков**, докт. техн. наук, **Р.В. Гамалія**, канд. ф.-м. наук, **Р.С. Кришук**, канд. техн. наук

**Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.**

E-mail: dep7ied@ukr.net; elm1153@gmail.com.

Досліджено адекватність спрощеної математичної моделі чисельно-аналітичного методу розрахунку генераторів з постійними магнітами малої потужності для автономних енергетичних систем, що працюють із випрямлячем та активним навантаженням. Об'єктом дослідження є генератори з радіальним розташуванням постійних магнітів на поверхні ротора. Розглянута модель ґрунтується на ідеалізованому представленні повітряного проміжку між ротором і статором та не враховує зубцево-пазову структуру, реальні геометричні розміри постійних магнітів і нелінійні магнітні властивості феромагнітних матеріалів. Задля оцінки адекватності моделі виконано порівняльний аналіз результатів чисельно-аналітичного розрахунку з даними високоточного моделювання методом скінченних елементів у програмному комплексі Ansys Maxwell. Побудовано серію FEM-моделей генератора різного рівня деталізації та складності. Наведено математичні вирази чисельно-аналітичного методу на основі перетворення Фур'є, орієнтовані на комп'ютерну реалізацію. Моделювання виконано з урахуванням електричного кола генератора, що включає трифазний випрямляч і активне навантаження. Проведено розрахунок часових залежностей розподілу магнітного поля та електромагнітного моменту. Визначено похибки розрахунку електромагнітного моменту, отриманого чисельно-аналітичним методом, у порівнянні з FEM-моделями різного ступеня деталізації. Отримані результати демонструють можливості та обмеження спрощеної математичної моделі й підтверджують доцільність її використання для попередніх розрахунків та оптимізації параметрів генераторів з постійними магнітами для автономних систем відновлюваної енергетики. Бібл. 12, рис. 6, табл. 3.

Ключові слова: моделювання, електричний генератор, відновлювана енергетика, постійні магніти, енергетичні характеристики, електромагнітний момент, чисельно-аналітичний метод, метод скінченних елементів.

1. Zhu Z.Q., Howe D. Electrical machines and drives for electric, hybrid, and fuel cell vehicles. *Proceedings of the IEEE*. April, 2007. Vol. 95. Iss. 4. Pp. 746-765. DOI: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2006.892482>.
2. Wu S., Shi T., Guo L., Wang H., Xia C. Accurate Analytical Method for Magnetic Field Calculation of Interior PM Motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2021. Vol. 36. No 1. Pp. 325-337. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2020.3000753>.
3. Polinder H., Hoesijmakers M.J. Analytic calculation of the magnetic field in PM machines. IAS-97. Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference Thirty-Second *Industry Applications Society Annual Meeting*. New Orleans, LA, USA, October 5-9, 1997. Pp. 35-41. DOI: <https://doi.org/10.1109/IAS.1997.643005>.
4. Liu Z.J., Li J.T. Accurate Prediction of Magnetic Field and Magnetic Forces in Permanent Magnet Motors Using an Analytical Solution. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2008. Vol. 23. No 3. Pp. 717-726. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2008.926034>.
5. Elosegui I., Martinez-Iturralde M., Rico A.G., Florez J., Echeverria J.M., Fontan L. Analytical design of synchronous permanent magnet motor/generators. IEEE International Symposium on *Industrial Electronics (ISIE)*, Vigo, Spain, June 4-7, 2007. Pp. 1165-1170. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISIE.2007.4374763>.
6. Ращепкин А.П., Кондратенко И.П., Карлов А.Н. Электромагнитное силовое воздействие на жидкий металл в кристаллизаторах сортовых машин непрерывного литья заготовок: монография. К.: Институт електродинаміки НАН України, 2018. 314 с.
7. Ращепкин А.П., Кондратенко И.П., Карлов О.М., Кришук Р.С. Магнітоелектричний перетворювач енергії морських хвиль. *Техн. електродинаміка*. 2021. № 4. С. 25-34. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2021.04.025>.
8. Кондратенко И.П., Кришук Р.С. Математична модель магнітоелектричної машини. *Техн. електродинаміка*. 2024. № 2. С. 52-61. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.02.052>.
9. Ansys Maxwell. Low-Frequency Electromagnetic Simulation. URL: <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-maxwell> (дата доступу 20.01.2026).
10. Копылов И.П., Горяйнов Ф.А., Клоков Б.К., Морозкин В.П., Токарев Б.Ф. Проектирование электрических машин. М.: Энергия, 1980. 496 с.
11. Руденко В.С., Сенько В.И., Чиженко И.М. Основы преобразовательной техники. М: Высшая школа, 1980. 424 с.
12. Wolfram Mathematica. URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/> (дата доступу 20.01.2026).

Надійшла 10.12.2025

Прийнята 16.02.2026

LOAD-DEPENDENT CONTROL OF BIDIRECTIONAL DC-DC CONVERTERS FOR HEAVY DUTY LOADS

S.P. Peresada^{1*}, Ye.O. Nikonenko^{1**}, S.Ye. Lyshevski^{2***}

¹National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”,

37, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03056, Ukraine,

e-mail: sergei.peresada@gmail.com.

²Rochester Institute of Technology,

Rochester, NY, USA.

The paper presents design of cascaded DC-link voltage control systems for bidirectional buck-boost DC-DC converters which supply high dynamic loads such as IPMSM electrical drives. A new design methods applied for class of commutated DC-DC converters, which known as strongly nonlinear and non-minimum-phase plants, improved not only their dynamic performance but defined a new system features and therefore new opportunities for their further development and optimization. Control algorithm based on PI current and voltage controllers forms the composite system which consists of two linear stable subsystems in a nonlinear feedback loop suitable to apply the theory of cascaded systems with two time-scale separation of the control loops dynamics. As it follows from the analysis after linearization, the load current acts not only as external disturbance but defines closed loop systems parameters as well, and consequently their dynamics and stability. To overcome this problem the combination of two technologies has been proposed for controller design: a) “symmetrical” like optimum with worst-case system tuning in order to preserve system stability margin depending on maximum values of loads; b) disturbance rejection technique to improve accuracy of voltage regulation on the base of direct load current measurement or estimation. Two technologies do not contradict each other since later one is an intrinsically open loop. When DC-DC converter is used as power supply of vector controlled drives the required load information is computed from the power balance equation of complete electromechanical system ‘DC-DC converter – electrical drive’. The composite electromechanical system ensures high dynamic performance and extended power capability of the DC-DC converter, which is confirmed by the results of experimental tests and simulation study based on experimental transients of the electrical drive. References 13, Fig. 7, Table 1.

Keywords: DC-DC buck-boost converter, control algorithm, electrical drives, voltage controller, stability, load current compensation.

Introduction. Bidirectional DC-DC buck-boost converters (also known as two-quadrant converters) are widely applied in electric vehicles, energy storage systems, power sources etc. in order to regulate the output DC-link voltage [1, 2]. The control systems of DC-DC power converters must provide the specified dynamic performance and stability properties with respect to ‘heavy’ variations of load current, including those that are close to critical values, defined by the power balance equation [3, 4]. The control problem is further complicated by significant nonlinearity and non-minimum-phase nature of the converter model due to presence of the right-half-plane roots of the linearized model characteristic equation.

Since 1990s, the DC-DC and AC-DC converters established a class of controlled plants known as “switching power converters”. The control theory of such systems was developed in a significant number of fundamental and technical studies which are summarized in [1 – 5] (see references therein). Variety of methods, based on classical control theory and advanced methods of modern nonlinear control using the consideration of both, converter averaged coordinates [6] and its instantaneous values, have been proposed by both theoretically and technically oriented control societies. Many modern solutions, for example, model predictive control [7], allow to achieve high dynamic performance, but the dynamic behavior is difficult to specify during controller design. The algorithms, designed using passivity-based control technique [5] and second Lyapunov method [8, 9], do not provide predefined dynamic performance as well. In [10] it is shown that nonlinear DC-DC model is feedback linearizable in energy-based state-space (total system energy and instantaneous power). The resulting dynamic system is linear and stable provided that constraints of the power balance equation are satisfied. Such feedback linearizing controller cannot be implemented in practice since

© Peresada S.P., Nikonenko Ye.O., Lyshevski S.Ye., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0001-8948-722X>; ** <https://orcid.org/0000-0003-2379-5566>;

*** <https://orcid.org/0000-0003-1340-4824>

© Publisher PH “Akademperiodyka” of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2026



This is an Open Access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.en>

the exact parameters of the energy storage elements (DC-link capacitance and input circuit inductance) are needed to compute the regulated energy. Only a few control methods provide the effective inductor current limitation.

As it follows from the literature analysis and a practical viewpoint, the most widespread approach is application of state feedback control structure, which consists of cascaded current and voltage control loops having different modifications of proportional-integral (PI) controllers. They, de-facto known as ‘standard’ systems, are sufficiently robust, provide effective internal variables limitation, and relatively simple in implementation. For the most algorithms, controller design and analysis are based on simplifying assumptions due to complexity of significant nonlinearity and non-minimum-phase nature of the converter model. Such approach gives quite satisfactory results for load currents, which are relatively small, compared to power balance critical values.

In the first part of this research [11], authors proposed new design and analysis of the DC-DC converter cascaded control system, which is based on partial feedback linearization and two-time scale decomposition leading to special nonlinearly interconnected structure of the two linear asymptotically stable systems in a feedback loop. As a result, linearized system shows that load current acts not only as an external perturbation but also changes parameters of the closed-loop system, defining in such way stability margin and transient performance. This feature opens perspectives for improving the overall control algorithm using load current information for implementation of available control techniques to stabilize system dynamics and compensate disturbances. The focus of this research is primarily oriented on power DC-DC converters, where suitable dynamic performance and extended stability range with respect to heavy load currents are required, for example, to supply the electric vehicle (EV) drive systems based on vector-controlled IPMSM.

The aim of this paper is to develop a novel, load current dependent control algorithm for cascaded control systems of the bidirectional DC-DC buck-boost converters supplying the high dynamic active loads to ensure improved system dynamic performance and extended load current range.

DC-DC buck-boost converter control. A standard schematic diagram of the DC-DC converter is shown in Fig. 1, where V_{dc} and i are DC-link voltage and input current; i_L is load current; L, R – input circuit inductance and internal resistance; E is power supply voltage; C – output capacitance; Q, \bar{Q} – control signals of the switches. It is assumed that all electrical elements are linear, parameters are constant, transistors are ideal, which are turned on/off in a complementary way maintaining DC-link voltage at a reference level.

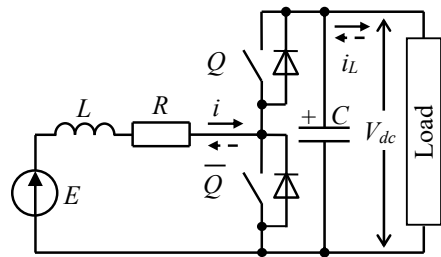


Fig. 1

Mathematical model of DC-DC converter is [1]

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \frac{2}{C} ([1 - u_{sw}] V_{dc} i - V_{dc} i_L), \\ \dot{i} &= \frac{1}{L} (-Ri - [1 - u_{sw}] V_{dc} + E), \end{aligned} \quad (1)$$

where $z = V_{dc}^2$, and the switching function is defined as

$$u_{sw} = \{0, 1\}. \quad (2)$$

The controlled variable in (1) is the square of DC-link voltage z , the control action is the switching function u_{sw} , and the load current i_L is the disturbance. The model (1), (2) is nonlinear and non-minimum-phase [5]. The control action u_{sw} is a discontinuous function formed as a PWM-signal. Under conditions of correctly selected switching frequency, the model in averaged coordinates [6] is equal to

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \frac{2}{C} (ui - V_{dc} i_L), \\ \dot{i} &= \frac{1}{L} (-Ri + E - u), \end{aligned} \quad (3)$$

where

$$u = (1 - u_{sw}) V_{dc}, \quad (4)$$

and u_{sw} is a continuous in time and bounded signal.

Consider model (3) and the following assumptions.

A.1. Reference voltage and input voltage: $V_{dc}^* > 0$, $V_{dc}^* = const$, $E > 0$, $E = const$, $z^* = V_{dc}^{*2} = const$.

A.2. All parameters are known and constant, $i_L = const$.

A.3. Input current i and voltage E , and DC-link voltage V_{dc} are available for measurements.

Under condition of these assumptions, it is required to design a control algorithm which guarantees asymptotic voltage regulation, i.e.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z} = 0, \quad \tilde{z} = z - z^*, \quad (5)$$

where \tilde{z} is the DC-link voltage regulation error.

Voltage and current control. The nonlinear transformations $z = V_{dc}^2$ and $u = (1 - u_{sw})V_{dc}$ in (4) perform the first step in partial feedback linearization of the DC-DC converter dynamic model.

Following the cascaded systems design procedure, we construct the linear PI current controller as

$$\begin{aligned} u &= E - Ri^* + v, & v &= L(k_{i1}\tilde{i} + k_{i2}x_i), \\ \dot{x}_i &= \tilde{i}, \end{aligned} \quad (6)$$

where $\tilde{i} = i - i^*$ is the current regulation error; i^* is the reference current (output of the voltage controller); $(k_{i1}, k_{i2}) > 0$ are the proportional and integral gains of the current controller.

Substituting (6) into second equation of (1) the resulted current error dynamics is given by

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \tilde{i}, \\ \dot{\tilde{i}} &= -k_{i1}\tilde{i} - k_{i2}x_i - \dot{i}^*, \end{aligned} \quad (7)$$

where $k_i = k_{i1} + R/L$.

Controller (6) provides compensation of the time constant L/R in the 2nd equation of (1) if controller tuning is selected as $Lk_{i1} = R/\tau_i$, $k_{i2} = 1/\tau_i$, where τ_i is current control loop time constant. The resulting current loop dynamics is reduced to

$$\dot{\tilde{i}} = -\frac{1}{\tau_i}\tilde{i} - \dot{i}^*. \quad (8)$$

From the definition (5) and $\tilde{V}_{dc} = V_{dc} - V_{dc}^*$, it goes that

$$\tilde{V}_{dc} = \frac{\tilde{z}}{V_{dc} + V_{dc}^*}, \quad V_{dc}i_L = \frac{\tilde{z}}{V_{dc} + V_{dc}^*}i_L + V_{dc}^*i_L, \quad V_{dc}^*i_L = \text{const}.$$

Taking into account (6), voltage dynamics becomes

$$\dot{\tilde{z}} = \frac{2}{C} \left(-\frac{i_L}{V_{dc} + V_{dc}^*} \tilde{z} + (E - Ri^* + v)(i^* + \tilde{i}) - V_{dc}^*i_L \right). \quad (9)$$

Since $(E - Ri^*) \approx E > 0$, a linear PI-voltage controller can be designed from (9) as [11]

$$\begin{aligned} i^* &= \frac{C}{2} \frac{1}{E} (-k_v \tilde{z} - k_{vi} x_v), \\ \dot{x}_v &= \tilde{z}, \end{aligned} \quad (10)$$

where $(k_v, k_{vi}) > 0$ are the proportional and integral gains of the voltage controller.

Combining (7), (9), (10) the resulting voltage-current dynamics is given by

$$\begin{aligned} \dot{x}_v &= \tilde{z}, \\ \dot{\tilde{z}} &= -\left(\frac{2}{C} \frac{1}{V_{dc} + V_{dc}^*} i_L + \frac{E - Ri^*}{E} k_v \right) \tilde{z} - \frac{E - Ri^*}{E} k_{vi} x_v + \frac{2}{C} (v i^* + (E - Ri^* + v) \tilde{i} - V_{dc}^* i_L), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \tilde{i}, \\ \dot{\tilde{i}} &= -k_{i1}\tilde{i} - k_{i2}x_i - \dot{i}^*, \end{aligned} \quad (12)$$

where $v = L(k_{i1}\tilde{i} + k_{i2}x_i)$, $(2/C)i_L / (V_{dc} + V_{dc}^*) + k_v(E - Ri^*) / E > 0$.

System dynamics analysis and controller parameters tuning. Nonlinear non-minimum-phase systems (11) and (12) describe dynamic behavior of the voltage and current control loops and present a nonlinear feedback-interconnection of the two linear asymptotically stable systems (in the isolated state). Stability analysis and dynamic performance specification for the controller tuning of the composite system (11), (12) has been performed using two-time scale separation approach on the base of linearized dynamics. According to the theory of cascaded systems the inner current control loop should be at least several times faster than the outer voltage control loop [11].

Since inductor resistance is parasitic one, we consider system with $R = 0$ under no load condition $V_{dc}^*i_L = 0$. Neglecting bilinear nonlinearities in (11) we obtain (for current controller tuning according to (8)):

$$\begin{aligned}
\dot{x}_v &= \tilde{z}, \\
\dot{\tilde{z}} &= -k_v \tilde{z} - k_{vi} x_v + \frac{2}{C} E \tilde{i}, \\
\dot{\tilde{i}} &= -k_i \tilde{i} + \frac{C}{2} \frac{1}{E} (k_v \dot{\tilde{z}} + k_{vi} \tilde{z}).
\end{aligned} \tag{13}$$

Linearized structure (13) allows to study stability of the equilibrium point $(x_v, \tilde{z}, \tilde{i}) = \mathbf{0}$ on the base of so-called “nominal” dynamics. The open-loop transfer function corresponding to (13) is equal to

$$W_{r1}(p) = \frac{(2\xi_v \tau_v p + 1)}{\tau_v^2 p^2} \cdot \frac{1}{(\tau_i p + 1)}, \tag{14}$$

where $\tau_v^{-2} = \omega_{0v}^2 = k_{vi}$, ω_{0v} is the frequency of the undamped oscillations of the isolated voltage control loop; $\omega_{0i} = \tau_i^{-1} = k_i$, $k_v = 2\xi_v \omega_{0v}$, where ξ_v is the damping coefficient in the voltage control loop.

System dynamics described by the open-loop system transfer function (14) corresponds to the structure which allows tuning according to “symmetrical” like optimum with $\omega_{0i} = \rho \omega_{0v}$, $\rho \geq 2\sqrt{2} \div 4$ [11]. The standard tuning with $\zeta = 1$ ($k_{vi} = k_v^2 / 4$) or $\zeta = \sqrt{2}/2$ ($k_{vi} = k_v^2 / 2$) typically is used for 2nd-order isolated voltage loop dynamics with the characteristic frequencies of (14) are located at 2 octaves from the cutoff frequency. Important to note that “nominal” dynamics has well-defined dynamic performance and is robust to bounded parameter’s perturbation.

If $i_L \neq 0$ but bounded the structure of (11), (12) is strongly nonlinear and can be viewed as “nominal” linear one (13), perturbed by load-dependent terms as follows from open-loop transfer function given by

$$W_r(s) = \frac{(2\xi_v \tau_v s + 1) \left[1 - \frac{L}{E^2} V_{dc}^* i_L s \right] + \left[\frac{1}{CV_{dc}^*} \tau_v^2 i_L s (\tau_i s + 1) \right]}{\tau_v^2 p^2 (\tau_i s + 1)}. \tag{15}$$

Study [11] suggests to use condition $\rho > 2\sqrt{2}$ for the stability margin increase with respect to load perturbations. With such tuning there exists maximal value i_{Lmax} when linearized system (15) is asymptotically stable provided that load current $i_L \leq i_{Lmax}$ and, therefore $(x_v, \tilde{z}, \tilde{i}) = \mathbf{0}$ is a locally asymptotically stable equilibrium point of the nonlinear system (11), (12). The importance of such representation is that the linearized system allows to define the influence of $V_{dc}^* i_L$ not only as external disturbance but also to assess its effect on the parameters of the closed-loop system. Therefore, the proposed presentation enables analysis of the impact of i_L on system stability and dynamic performance. For this purpose, a characteristic equation of the system (15) is convenient to present in the following form:

$$\tau_v^2 \tau_i s^3 + \tau_v^2 k_2(i_L) s^2 + \tau_v^2 k_1(i_L) s + 1 = 0, \tag{16}$$

where $k_1(i_L) = k_v + i_L / (CV_{dc}^*) - Lk_{vi} V_{dc}^* i_L / E^2$, $k_2(i_L) = 1 + \tau_i i_L / (CV_{dc}^*) - Lk_v V_{dc}^* i_L / E^2$.

From the conditions $k_1(i_L) > 0$ and $k_2(i_L) > 0$ it follows that for fixed τ_i the voltage controller tuning parameters (k_v, k_{vi}) should be different for different values of load current.

The initial voltage control loop tuning is based on the standard “symmetrical optimum” for $i_L = 0$: $\omega_{0i} = \rho \omega_{0v}$, $\rho = 2\sqrt{2}$, $\zeta = \sqrt{2}/2$ with fixed desired (achievable) current loop dynamics, defined by $\omega_{0i} = \tau_i^{-1}$. As result of computation, the initial voltage controller gains are defined as: $k_v = 2\xi_v \omega_{0v}$, $k_{vi} = \omega_{0v}^2$.

In case $i_L = \text{const}$ or slowly varying, the direct adjustment of voltage controller gains (k_v, k_{vi}) as a function of measured i_L can be implemented in order to improve dynamic performance and increase the load capability as compared to standard “symmetrical optimum” tuning.

In contrast to most spread power supplies with constant loads, the control systems of EV battery supply should provide the suitable dynamic performance and extended stability range with respect to heavy and rapidly changing bidirectional load currents. In such systems maximum values of the load currents should be considered to define the “worst-case” tuning for $|i_L| \leq i_{Lmax}$, $i_{Lmax} = \text{const}$. One of possible approaches is to find the appropriate relation $k_v(i_{Lmax})$ with $k_{vi}(i_{Lmax}) = k_v^2(i_{Lmax}) / (2 \div 4)$ in order to set the same system stability margin under different load currents, for example, considering system Bode diagrams or other available techniques for linear systems with varying parameters.

Tuning example. The model parameters of the studied DC-DC converter are given in the Appendix A. Input voltage $E = 130$ V, $V_{dc}^* = 300$ V. Current controller is tuned at: $\tau_i^{-1} = \omega_{oi} = 1800$ rad/s.

Following the approach, leading to the same phase stability margin for different load currents, the required data are reported in Table, obtained from the Bode diagrams for $W_r(s)$ (15), shown in Fig. 2, a.

Transients for standard “symmetrical optimum” ($k_i = 1800$, $k_v = 900$) are depicted in Fig. 2, b for a set of load currents $i_L = [0.5, 3]$ A. Load current was applied at $t = 0.05$ s and removed at $t = 0.15$ s with limited rate of 1 A/ms. Note that the system is unstable for $i_L = 5$ A. Transients for the proposed tuning according to Table for $i_L \leq i_{L,max} = 5$ A ($k_i = 1800$, $k_v = 370$), which are shown in Fig. 2, c, demonstrate stable operation for all currents $i_L \leq i_{L,max}$.

No. of test	1	2	3	4	5	6
Load current i_L , A	0	0.5	1	2	3	5
Proportional gain k_v	900	900	770	600	495	370
Cut-off frequency, rad/s	900	903	793	643	546	425
Phase stability margin, deg.	37	31	31	31	31	31

Improved control with direct load compensation. The main limitation of the approach which considers voltage controller worst-case tuning depends on the robustification mechanism: for increased load current the cut-off frequency of the voltage control loop requires to be reduced in order to maintain the same phase stability margin. This leads to reduction of dynamic accuracy while quality of voltage transients remains almost the same (see Fig. 2, c).

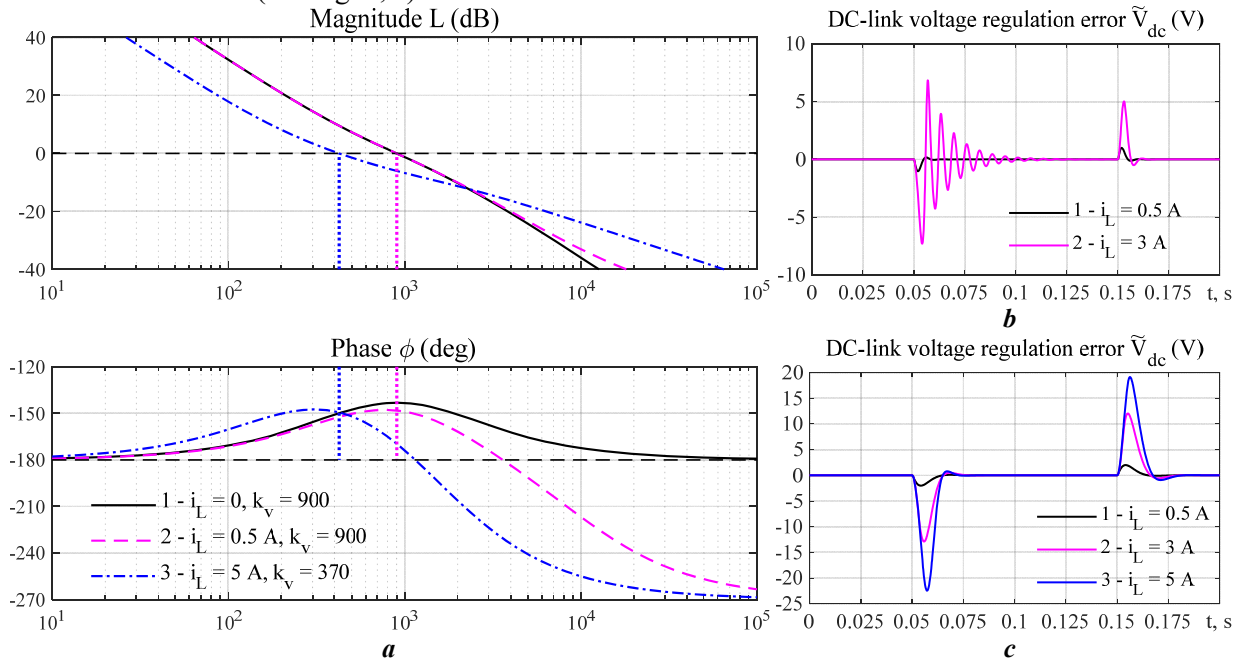


Fig. 2

In order to improve dynamic accuracy during load compensation by action of voltage controller with worst-case tuning we propose to apply disturbance compensation technique. The designed cascaded control system (11), (12) has physically based structure which forms regulation current by high-speed inner control loop according to power balance equation.

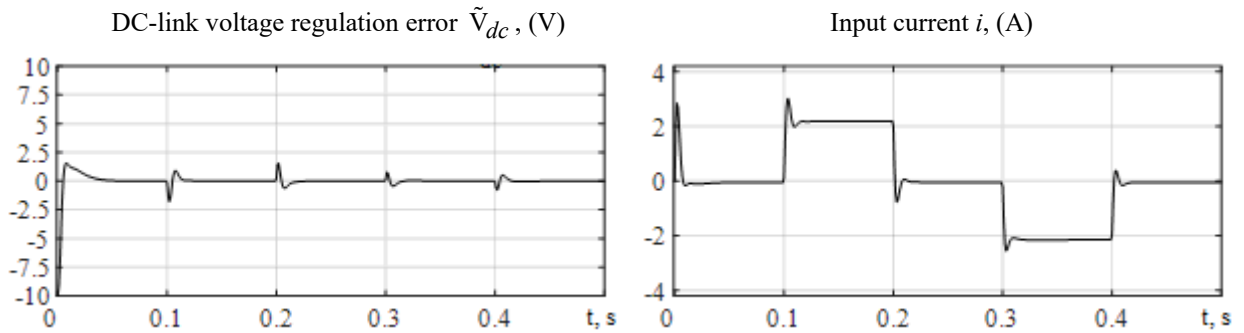
As it follows from equation (11) the load perturbation has physical meaning in the terms of output power $V_{dc} i_L$ according to power balance equation in steady-state $Ei - Ri^2 - V_{dc} i_L = 0$ and therefore current reference trajectories are computed as:

$$i_c^* = \frac{E - \sqrt{E^2 - 4RV_{dc}^* i_L}}{2R}.$$

The modified dynamic voltage controller with load compensation component is constructed on the base of (10) as follows ($R = 0$):

$$\begin{aligned} \dot{i}^* &= \frac{C}{2} \frac{1}{E} (-k_v \ddot{z} - k_{vi} \dot{x}_v) + \frac{1}{E} \dot{\xi}, \\ \dot{x}_v &= \ddot{z}, \\ \dot{\xi} &= -\tau_f^{-1} \xi + \tau_f^{-1} (V_{dc}^* i_L), \end{aligned} \quad (17)$$

where ξ is filtered load compensation component; τ_f is the a small time constant of low-pass filter to limit



c
Fig. 4

no stability degradation. Although system dynamics is quite nonlinear, the voltage errors have small amplitude and are well-damped.

Dynamics of the composite system 'DC-DC converter – AC drive'. The simplified block-diagram of the tested electromechanical system based on vector controlled IPMSM is shown in Fig. 5. The DC-link of motor inverter is powered by the tested DC-DC Converter.

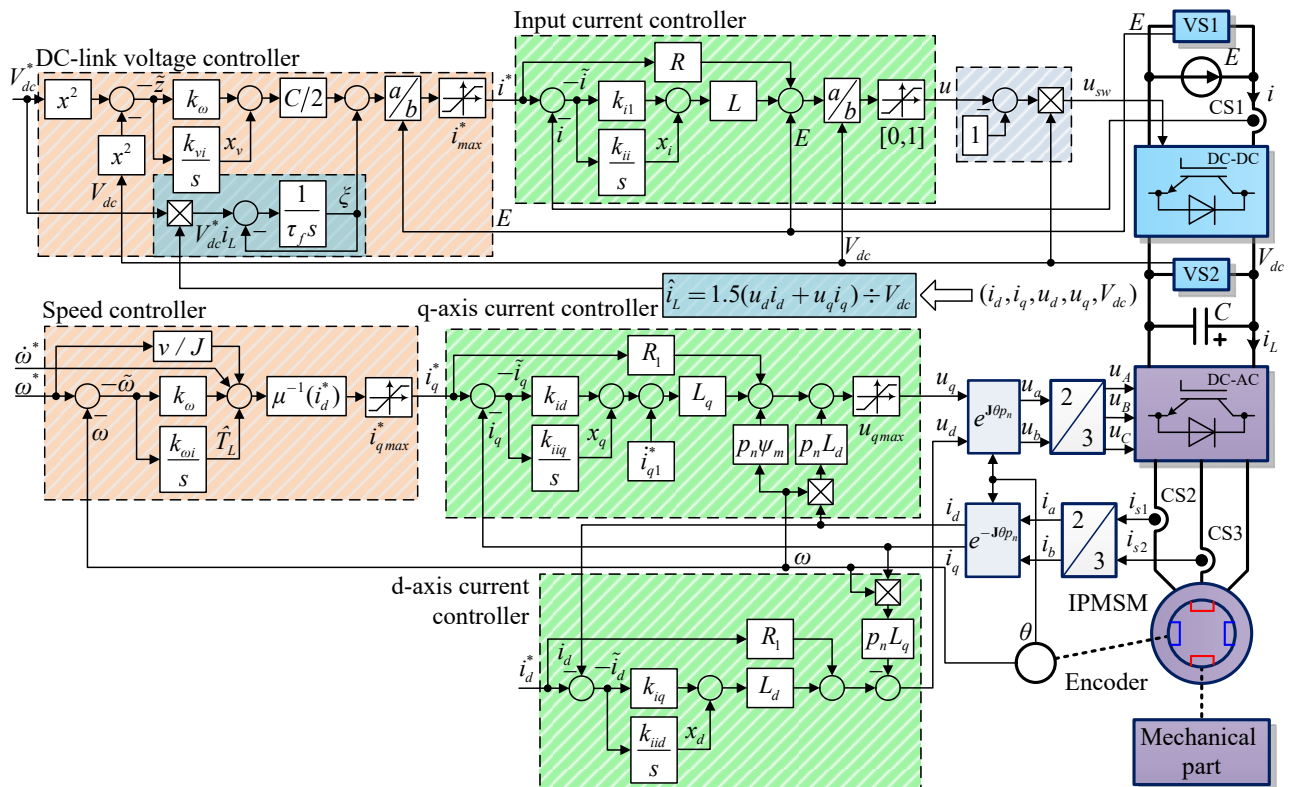


Fig. 5

Dynamics of the composite control system has been studied by simulation using the precomputed load current \hat{i}_L based on the experimental transients from IPMSM speed control system test, shown in Fig. 5.

Note that DC-link voltage dynamics may be considered as decoupled from the motor dynamics due to compensation mechanism in PWM computation. In Fig. 5, (i_d, i_q) , (u_d, u_q) are the stator currents and voltages in rotor oriented reference frame ($d - q$); ω is the rotor speed; ω^* is the speed reference; $\tilde{\omega} = \omega - \omega^*$ denotes speed tracking error; i_q^* is the q-axis reference current; VS1, VS2 and CS1 – CS3 are voltage and current sensors. For experimental and simulation tests the high dynamic performance speed tracking control algorithm has been used [13] with d-axis current reference set to zero.

The following operation sequence was applied to the IPMSM electric drive: 1) the unloaded motor is required to track the reference speed trajectory $\omega^*(t)$ with limited first and second time derivatives starting at $t = 0.1$ s from zero speed to 100 rad/s (45 % of rated) with the dynamic torque equal to the rated one (13.6 Nm); 2) from a time $t = 0.5$ s to $t = 1.3$ s a constant load torque equal to 75 % of the rated value is applied; 3) the motor decelerates starting from $t = 1.65$ s.

The simulation and experimental results of the speed trajectory tracking are shown in Fig. 6. As it follows from the transients, the simulation results match excellently the experimental data.

During simulation test DC-DC converter feeds IPMSM drive which has the identical operating conditions as shown in Fig. 6. The estimated load current \hat{i}_L is computed from the

active power balance equation $V_{dc}\hat{i}_L = (3/2)(u_d i_d + u_q i_q)$. Input voltage is $E = 130$ V; reference voltage is $V_{dc}^* = 300$ V.

Transients, shown in Fig. 7 with red dashed lines, demonstrate the dynamic behavior of the DC-DC converter control system (4), (6), (10) with setting $k_v = 410$, $k_{vi} = k_v^2 / 2$, $k_i = 1800$ ($\rho = 6.7$) according to worst-case tuning. Blue lines in Fig. 7 illustrate transients of the DC-DC converter control system (Fig. 5) with additional disturbance compensation (17). During all test the significant improvement of voltage regulation accuracy is observed.

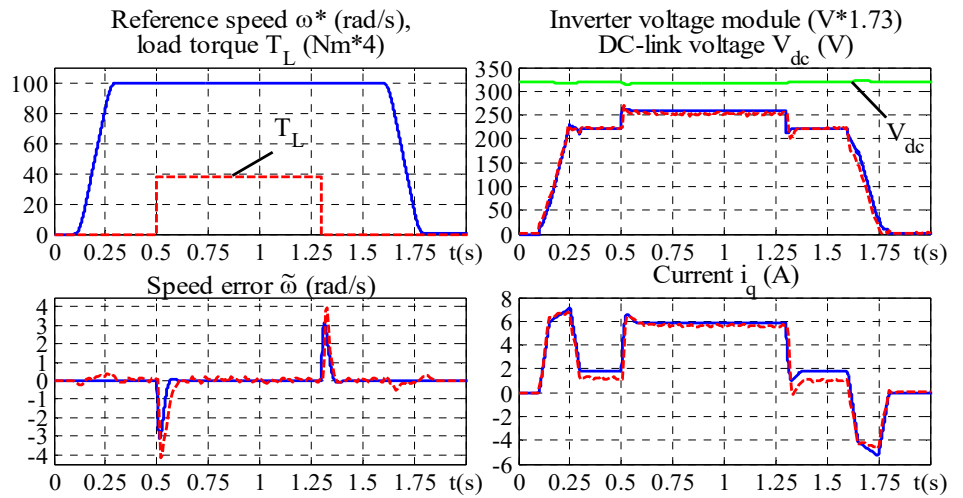


Fig. 6

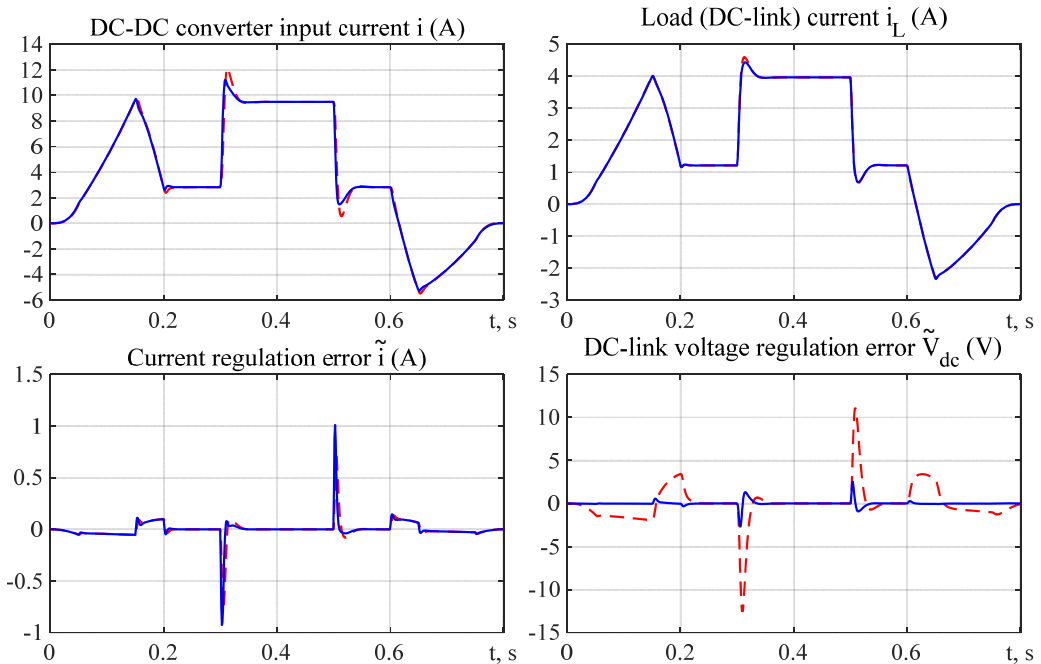


Fig. 7

Conclusions. This paper presents a novel control algorithm for of bidirectional DC-DC buck-boost power converters used as power supply for heavy duty dynamic loads such as high-performance vector-controlled IPMSM of electrical vehicles.

1. We propose a control algorithm, based on partial feedback linearization and linear PI voltage and current controllers, which forms the resulting system error dynamics of a special structure in the form of interconnected two linear asymptotically stable subsystems in a nonlinear feedback loop. Taking into consideration strong system nonlinearity and non-minimum phase nature, we use the linearized system analysis and the theory of cascaded systems with time-scale separation of processes in the control loops. The importance of such representation is that the resulting linearized system allows to define the load action not only as external disturbance but also assess its effect on the parameters of the closed-loop system. It is shown that in contrast to linear systems, external perturbation may lead to system potential instability, when current approaches the power balance limit. Mechanism of instability clearly indicates that controller parameters correction as function of load current is required to ensure stable operation and improved transient performance. We show that in case of heavy rapidly changing and bidirectional loads the effective way is ‘worst-case’ system tuning taking into account, for example, maximum phase margin of the frequency characteristic under different currents.

2. Based on designed cascaded structure, a disturbance rejection technique has been additionally applied to achieve remarkable improvement of voltage accuracy stabilization. As information for disturbance compensation, a direct measurement of load current can be used or estimation on the base of measurable variables as it is always possible in vector-controlled electrical drives. Since disturbance compensation is intrinsically an open-loop technique, the two technologies do not contradict each other. Essentially, only requirement is to limit rapid transients by adjusting the forming filter time constant. The reduction in voltage regulation errors achievable with such combined control has overall positive results on relaxing of converter nonlinearities effect.

The results of experiments and simulation study, including those based on experimental transients of the IPMSM drive, confirm the effectiveness of the proposed control system design and controllers tuning in terms of the dynamic performance and load capability of the converter. The studied electrical drive can be used in aerial and ground vehicles, gimbal suspensions, and multi-degree-of-freedom unanimous robots.

Acknowledgement. The authors acknowledge partial support from the National Science Foundation, US Office of Naval Research Global, and NATO. This material is based upon work supported by the National Science Foundation under Grant No. OISE-2415299, and under STCU Contract No. 7125. This research is funded by the NATO Science for Peace and Security (SPS) Programme under Grant G7925.

Disclaimer. Any opinions, findings, and conclusions or recommendations expressed in this material are those of the authors and do not necessarily reflect the views of the National Science Foundation, US Office of Naval Research Global, and NATO.

Appendix A. Rated parameters of the DC-DC converter: output capacitance $C = 500 \mu\text{F}$; inductance and resistance of the input circuit $L = 11 \text{ mH}$, $R = 0.5 \text{ Ohm}$.

Appendix B. The model of the IPMSM in rotor reference frame ($d - q$) is the following:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega, \\ \dot{\omega} &= J^{-1} \left[1.5 p_n \left((L_d - L_q) i_d i_q + \Psi_m i_q \right) - v \omega - T_L \right], \\ \dot{i}_d &= L_d^{-1} (-R_1 i_d + L_q p_n \omega i_q + u_d), \\ \dot{i}_q &= L_q^{-1} (-R_1 i_q - L_d p_n \omega i_d - \Psi_m p_n \omega i_d + u_q), \end{aligned} \quad (19)$$

where θ is the rotor angular position; Ψ_m is the permanent magnets flux; T_L is the load torque; R_1 is the stator windings active resistance; L_d, L_q are the stator inductances; v is the viscous friction coefficient; J is the total inertia; p_n is the pole pair number.

The speed control algorithm has been designed for $i_d^* = 0$. Controller guarantees asymptotic speed tracking if reference ω^* is smooth and bounded with bounded first $\dot{\omega}^*$ and second $\ddot{\omega}^*$ time derivatives.

Speed controller equations are given by:

$$\begin{aligned} i_q^* &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{v}{J} \omega^* + \dot{\omega}^* + \hat{T}_L - k_\omega \tilde{\omega} \right), \\ \dot{\hat{T}}_L &= -k_{oi} \tilde{\omega}, \end{aligned} \quad (20)$$

where $\tilde{\omega} = \omega - \omega^*$ is the speed tracking error; \hat{T}_L is the estimate of the slowly varying load torque component T_L / J ; $\mu = 1.5 p_n \Psi_m / J$; ($k_\omega = 100$, $k_{oi} = k_\omega^2 / 2$) are the proportional and integral gains of speed controller.

Current controllers are defined as:

$$\begin{aligned} u_q &= R i_q^* + L_d p_n \omega i_d + \psi_m p_n \omega i_d + L_q (-k_{iq} \tilde{i}_q + x_q + i_{q1}^*), \\ \dot{x}_q &= -k_{iiq} \tilde{i}_q, \\ u_d &= R i_d^* - L_q p_n \omega i_q + L_d (-k_{id} \tilde{i}_d + x_d), \\ \dot{x}_d &= -k_{iid} \tilde{i}_d, \end{aligned} \quad (21)$$

where $(k_{id} = k_{iq} = 1000, k_{iid} = k_{iiq} = k_{id}^2 / 4) > 0$ are proportional and integral gains of current controllers; $\tilde{i}_q = i_q - i_q^*, \tilde{i}_d = i_d - i_d^*$ are the errors;

$\dot{i}_{q1}^* = \mu^{-1} (J^{-1} v \dot{\omega}^* + \dot{\omega}^* + \hat{T}_L) - \mu^{-1} k_{\omega} [-(k_{\omega} + J^{-1} v) \tilde{\omega} + \mu \tilde{i}_q + 1.5 J^{-1} p_n (L_d - L_q) \tilde{i}_d i_q]$ is the known component of the time derivative of quadrature current reference.

Appendix C. Rated data of IPMSM NORD 100T2/4: power $P_r = 3$ kW; current $i_r = 5.4$ A (RMS); phase voltage $U_r = 385$ V (70 Hz supply); torque $T_r = 13.6$ Nm; speed $\omega_r = 220$ rad/s; stator resistance $R_l = 1.7$ Ohm; $(d - q)$ inductances $L_d = 31$ mH, $L_q = 56$ mH; permanent magnets flux $\psi_m = 0.615$ Wb; viscous friction coefficient $v = 0.033$ Nm(rad/s) $^{-1}$; inertia $J = 0.0155$ kgm 2 ; pole pairs number $p_n = 2$.

1. Kapat S., Krein P.T. A tutorial and review discussion of modulation, control and tuning of high-performance DC-DC converters based on small-signal and large-signal approaches. *IEEE Open Journal of Power Electronics*. 2020. Vol. 1. Pp. 339-371. DOI: <https://doi.org/10.1109/OJPEL.2020.3018311>.
2. Gorji S.A., Sahebi H.G., Ektesabi M., Rad A.B. Topologies and control schemes of bidirectional DC-DC power converters: An overview. *IEEE Access*. 2019. Vol. 7. Pp. 117997-118019. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2937239>.
3. Forouzes M., Siwakoti Y.P., Gorji S.A., Blaabjerg F., Lehman B. Step-up DC-DC converters: A comprehensive review of voltage-boosting techniques, topologies, and applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2017. Vol. 32. No 12. Pp. 9143-9178. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2017.2652318>.
4. Vasca F., Iannelli L. Dynamics and Control of Switched Electronic Systems: Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters. Springer London, 2012. 494 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-2885-4>.
5. Sira-Ramirez H.J., Ramón S.O. Control Design Techniques in Power Electronics Devices. Springer London, 2006. 423 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/1-84628-459-7>.
6. Sanders S.R., Noworolski J.M., Liu X.Z., Verghese G.C. Generalized averaging method for power conversion circuits. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 1991. Vol. 6. No 2. Pp. 251-259. DOI: <https://doi.org/10.1109/63.76811>.
7. Vazquez S., Rodriguez J., Rivera M., Franquelo L.G., Norambuena M. Model predictive control for power converters and drives: Advances and trends. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2017. Vol. 64. No 2. Pp. 935-947. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2625238>.
8. Mukherjee N., Strickland D. Control of cascaded DC-DC converter-based hybrid battery energy storage systems - part II: Lyapunov approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2016. Vol. 63. No 5. Pp. 3050-3059. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2015.2511159>.
9. Song Z., Hou J., Hofmann H., Li J., Ouyang M. Sliding-mode and Lyapunov function-based control for battery/supercapacitor hybrid energy storage system used in electric vehicles. *Energy*. 2017. Vol. 122. Pp. 601-612. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.01.098>.
10. Peresada S., Kovbasa S., Pushnitsyn D., Zaichenko Y. Two nonlinear controllers for voltage source AC-DC converter. *IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*. Kyiv, Ukraine, 2017. Pp. 462-467. DOI: <https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100532>.
11. Peresada S.M., Nikonenko Y.O., Kovbasa S.M., Kuznetsov A., Lukianchikov A.L. Design of cascaded voltage control systems of bidirectional DC-DC buck-boost converters. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 1. Pp. 27-37. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.01.027>. (Ukr)
12. Lyubchik L. Inverse model approach to disturbance rejection problem. In: *Advanced Control Systems: Theory and Applications*. River Publishers, 2021. Pp. 129-166. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781003337010-6>.
13. Peresada S., Nikonenko Y., Reshetnyk V., Kiselychuk O. Dynamics of the synchronous motor based traction electromechanical systems with hybrid energy sources. *IEEE Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP)*. Kremenchuk, Ukraine, 2020. Pp. 1-6. DOI: <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240798>.

КОМБІНОВАНЕ КЕРУВАННЯ ДВОНАПРАВЛЕНИМИ DC-DC ПЕРЕТВОРЮВАЧАМИ ДЛЯ ВИСОКОДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

С.М. Пересада¹, докт. техн. наук, Є.О. Ніконенко¹, докт. філософ., С.Е. Ляшевський², професор

¹ НТУ України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»,

пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна,

e-mail: sergei.peresada@gmail.com.

² Рочестерський Технологічний Інститут,

Рочестер, Нью-Йорк, США.

Роботу присвячено розробці каскадних систем керування напругою ланки постійного струму реверсивних силових DC-DC перетворювачів, які живлять високодинамічні навантаження, такі як векторно-керовані синхронні електроприводи. Новітні результати по розробці методів синтезу і аналізу керувань DC-DC перетворювачів, які є суттєво нелінійними та немінимально фазовими об'єктами, дали змогу не тільки синтезувати системи з підвищеними показниками якості керування, але й встановили невідомі раніше властивості, що важливі для їх подальшого вдосконалення і оптимізації. Показано, що струм навантаження діє не тільки як зовнішнє збурення, але й впливає на параметри замкненої системи і таким чином визначає показники якості керування та її стійкість. Задля послаблення впливу варіацій параметрів, обумовлених цим явищем, запропоновано використовувати комбіноване керування, яке містить: а) оптимізацію каскадної системи на 'симетричний' оптимум з налаштуванням виходячи з 'найгіршого випадку', що забезпечує заданий запас стійкості відносно максимального значення навантаження; б) компенсацію збурення на основі вимірювання або оцінювання струму навантаження. В той час як перша технологія покращує робастність відносно значень струмів, але зменшує динамічну точність, друга сприяє підвищенню точності стабілізації напруги. Для DC-DC перетворювачів, які живлять векторно-керовані синхронні двигуни з постійними магнітами (IPMSM), розрахунок навантаження здійснюється з рівняння балансу потужності системи «DC-DC перетворювач – електропривод». Композитна електромеханічна система забезпечує високі показники якості перехідних процесів DC-DC перетворювача разом з розширеним діапазоном навантаження, що підтверджується результатами експериментів, а також моделювання на основі експериментальних процесів синхронного електроприводу. Бібл. 13, рис. 7, табл. 1.

Ключові слова: DC-DC перетворювач, комбінований алгоритм керування, електропривод, регулятор напруги, стійкість, компенсація струму навантаження.

Received 23.03.2026

Accepted 31.03.2026

БЕЗДАТЧИКОВА ВЕКТОРНА СИСТЕМА ЕКСТРЕМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ МАШИНОЮ ПОДВІЙНОГО ЖИВЛЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ СПОСТЕРІГАЧА КАЛМАНА

О.В. Садовой*, докт. техн. наук, **О.В. Ключев****, канд. техн. наук, **Ю.В. Сохіна*****, канд. техн. наук
Дніпровський державний технічний університет,
вул. Дніпробудівська, 2, Кам'янське, 51918, Україна.

E-mail: sadovoyav@ukr.net; klujev2006@ukr.net; jvsokhina@gmail.com.

Для системи керування машиною подвійного живлення (МПЖ), що запропонована авторами в попередніх публікаціях, синтезований дискретний розширений спостерігач Калмана з метою створення бездатчикової релейно-векторної системи керування МПЖ із двома контурами екстремального керування. Спостерігач Калмана доволі високого порядку крім ідентифікації опорного вектора потокозчеплення статора і кутової швидкості обертання ротора, що достатньо для асинхронних машин (АМ) з короткозамкненим ротором і керуванням за статором, оцінює також кут повороту ротора і зовнішнє збурення, за яке приймають момент навантаження на валу МПЖ. Друга особливість запропонованого спостерігача Калмана полягає в тому, що проєкції вектора напруги статора на ортогональні осі, зв'язані з ротором, були включені до складу матриці стану спостерігача і, тим самим, розраховувалися як змінні стану спостерігача, а не як зовнішні впливи, якими є тільки керуючі напруги, що подаються в коло ротора МПЖ. У каналах реактивних потужностей ротора і статора здійснюється оптимізація енергетичних показників МПЖ у сталих режимах роботи. Стандартний алгоритм калмановської фільтрації застосований у цій роботі для детермінованої системи з метою здійснення ідентифікації всіх необхідних змінних стану процесу керування в одному спостерігачі. При цьому алгоритм спостерігача Калмана працює стійко внаслідок того, що вимірювані струми ротора МПЖ, по відхиленнях від яких реалізуються коригувальні зворотні зв'язки, містять за прямого релейного керування височастотні пульсації, які сприймаються спостерігачем як випадкові перешкоди вимірювань. Методом математичного моделювання для МПЖ із вентиляторним навантаженням на валу теоретично підтверджена висока якість регулювання швидкості та досягнення екстремальних значень енергетичних показників у статистиці з бездатчиковою системою керування на основі запропонованого спостерігача Калмана. Бібл. 21, рис. 1.

Ключові слова: машина подвійного живлення, векторне полеорієнтоване керування, релейний регулятор, екстремальне керування, бездатчикова система керування, дискретний розширений спостерігач Калмана.

Вступ. У монографії [1] синтезовано триканальну систему керування асинхронною машиною (АМ) з фазним ротором, у якій зміною модуля вектора напруги статора транзисторним регулятором напруги можливо забезпечити мінімальне значення реактивної потужності роторного кола АМ, підключеного, у свою чергу, до перетворювача частоти. За такого включення АМ з фазним ротором працює як машина подвійного живлення з можливістю одночасного регулювання швидкості ротора і керування потоками реактивної потужності статорного і роторного кіл. У контурі керування задіяно модальний спостерігач стану, що використовується задля ідентифікації моменту статичного навантаження на валу МПЖ, інформація про який необхідна задля визначення екстремального значення модуля вектора потокозчеплення статора. Задля ідентифікації швидкості обертання ротора та його кута повороту відносно статора використовуються аналітичні вирази, які містять відкриті інтегратори, що на практиці може приводити до накопичення помилки і втрати стійкості системи керування. При цьому в [2] з використанням спостерігача Калмана розроблено векторну систему керування МПЖ із двома каналами керування за ротором без датчиків механічних координат і контуру екстремального керування за статором. У [3] представлена бездатчикова система екстремального векторного керування АМ за статором на основі фільтра Калмана (ФК). Приймаючи до уваги результати, викладені в зазначених вище літературних джерелах, виникає ідея застосування ФК задля ідентифікації як механічних координат МПЖ (швидкість і кут повороту ротора), так і зовнішніх впливів (момент статич-

© Садовой О.В., Ключев О.В., Сохіна Ю.В., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0001-9739-3661>; ** <https://orcid.org/0000-0003-4542-3317>;

*** <https://orcid.org/0000-0002-4329-5182>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

ного навантаження), що потрібно для синтезу бездатчикової системи векторного керування МПЖ із контуром екстремального регулювання. Оглянемо літературні джерела, в яких застосовується ФК в системах керування МПЖ, а також спостерігачі в системах екстремального керування електроприводами (ЕП).

У [4] викладений синтез ансцентного фільтра Калмана для ідентифікації швидкості обертання ротора асинхронного вітрогенератора з подвійним живленням, що показав значно більшу швидкість збіжності та точність оцінки, ніж спостерігач типу MRAS. У векторній системі керування МПЖ може використовуватися нечіткий ПІ регулятор швидкості [5], у якому коефіцієнти підсилення складових змінюються у функції величини неузгодженості швидкості обертання ротора. У колі зворотного зв'язку застосований розширений фільтр Калмана задля визначення просторового положення опорного вектора потокозчеплення ротора і кутової швидкості обертання ротора МПЖ. У [6] досліджується бездатчикова векторна система керування МПЖ у динамічних режимах переходу через синхронну швидкість, у якій ФК застосовується для ідентифікації механічних координат кутової швидкості і кута повороту ротора МПЖ. При цьому в рівняння ФК кут повороту входить до складу координатних перетворень проєкцій вектора напруги статора на осі d, q ротора. У [7] запропонований ФК, який оцінює кутову швидкість обертання ротора МПЖ і проєкції опорного вектора потокозчеплення статора на осі d, q , де вхідними вимірюваними змінними є струми ротора та його кут повороту відносно статора. У [8] викладено процедуру синтезу розширеного ФК задля оцінювання не координат, а п'яти основних параметрів схеми заміщення МПЖ, призначеної для вітроенергетичних установок. У роботі [9] представлено ФК задля оцінювання параметрів безщіткової МПЖ з роздільним регулюванням активної та реактивної потужностей її векторною системою керування. У [10] для системи керування МПЖ вітроенергетичної установки запропоновано розширений ФК, який визначає кутову швидкість і положення ротора, а також момент статичного навантаження на валу АМ, що дає змогу реалізувати режим відстеження максимальної потужності турбіни у разі зміни швидкості вітру. У [11] досліджується чутливість ФК до рівня шумів вимірювань і похибок завдання початкового значення моменту інерції ротора МПЖ. У [12] розроблено ФК підвищеного порядку в системі керування МПЖ, у якому точність оцінювання кутової швидкості та положення ротора підвищується шляхом включення інтегралів від проєкцій струмів статора та ротора у вектор стану ФК. У [13, 14] задля керування режимом МПЖ в складній електроенергетичній системі застосовується ФК високого (до п'ятнадцятого) порядку задля оцінювання зашумлених вимірювань змінних стану з урахуванням можливих коротких замикань поблизу точки підключення АМ до мережі в поєднанні з алгоритмом виявлення недостовірних даних.

Розглянемо застосування контурів екстремального керування в ЕП зі спостерігачами. В [15] наведено векторну полеорієнтовану систему керування АМ зі спостерігачем MRAS для ідентифікації кутової швидкості ротора. До складу адаптивної моделі такого спостерігача входить величина активного опору ротора, який істотно змінюється під час роботи АМ. Тому запропоновано задля ідентифікації активного опору ротора в адаптивній моделі спостерігача MRAS використовувати контур екстремального регулювання ESC, що забезпечує збіжність адаптивної моделі до еталонної і, завдяки цьому, процес ідентифікації кутової швидкості ротора. Як цільову функцію система ESC використовує помилку визначення активної потужності статорного кола АМ. Перевага використання ESC у складі MRAS полягає в тому, що контур екстремального самонастроювання не залежить від параметрів АМ, оскільки не містить рівнянь моделі АМ, а для обчислення градієнта цільової функції за параметром використовує спробний періодичний вплив. Задля оптимального за енергетичними показниками керування електричними машинами необхідно найчастіше регулювати величину модуля потокозчеплення статора або ротора [16, 17]. Наприклад, у [17] описується система векторного бездатчикового керування синхронним двигуном з постійними магнітами, у якій сигнал завдання на вхід регулятора модуля опорного вектора потокозчеплення статора задається контуром екстремального регулювання. Пошук екстремального потокозчеплення, за якого струм статора досягає мінімуму, здійснюється в режимі реального часу. У [18] синтезується система регулювання модуля вектора потокозчеплення ротора безщіткової МПЖ задля забезпечення мінімального струму статора за заданого значення електромагнітного моменту з використанням методу множників Лагранжа задля визначення екстремального значення потокозчеплення. У [19] зовнішній контур екстремального регулювання в системі векторного керування МПЖ з приводом від вітрової турбіни забезпечує максимальне значення електричної потужності статора за різних швидкостях вітру. У [20] контур екстремального регулювання МПЖ у складі вітроенергетичної установки використовує релейний регулятор, що надає

контур керування властивість робастності до варіацій параметрів системи під час стабілізації у разі роботи регулятора в ковзному режимі.

Проведений аналіз підтверджує існування бездатчикових векторних систем керування асинхронними ЕП з контурами екстремального регулювання за будь-якими енергетичними характеристиками електричних машин. Теоретичних розробок триканальних векторних систем керування МПЖ із контуром екстремального регулювання за статором, крім монографії авторів [1], у ході літературного огляду не було виявлено.

У роботі ставиться **задача** синтезувати спостерігач Калмана задля ідентифікації механічних координат і моменту навантаження на валу АМ у складі триканальної релейно-векторної системи керування МПЖ із контуром екстремального регулювання за статором з метою збагачення теорії бездатчикового керування асинхронними ЕП, на основі чого з'явиться можливість відмовитися від високочастотних механічних давачів, мінімізувати потоки реактивної потужності в МПЖ із забезпеченням точності стабілізації швидкості.

Виклад основного матеріалу. Якщо записати рівняння електромагнітних процесів МПЖ в осях координат ротора d, q , та додати до них рівняння руху ротора за умови, що його швидкість обертання не змінюється, то система рівнянь для синтезу розширеного фільтра у матричній формі набуває наступного вигляду [2]:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{I}_{rd} \\ \hat{I}_{rq} \\ \hat{\Psi}_{sd} \\ \hat{\Psi}_{sq} \\ \hat{\omega}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_{11} & 0 & a_{13} & -a_{14}\hat{\omega}_e & 0 \\ 0 & -a_{22} & a_{23}\hat{\omega}_e & a_{24} & 0 \\ a_{31} & 0 & -a_{33} & \hat{\omega}_e & 0 \\ 0 & a_{42} & -\hat{\omega}_e & -a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I}_{rd} \\ \hat{I}_{rq} \\ \hat{\Psi}_{sd} \\ \hat{\Psi}_{sq} \\ \hat{\omega}_e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & -b_{13} & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & -b_{24} \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{rd} \\ U_{rq} \\ U_{sd} \\ U_{sq} \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{I}_{rd} \\ \hat{I}_{rq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (\hat{I}_{rd} \quad \hat{I}_{rq} \quad \hat{\Psi}_{sd} \quad \hat{\Psi}_{sq} \quad \hat{\omega}_e)^T, \quad (2)$$

де $\hat{I}_{rd}, \hat{I}_{rq}, \hat{\Psi}_{sd}, \hat{\Psi}_{sq}$ – оцінки проєкцій векторів струму ротора та потокозчеплення статора на вісі d, q , спрямовані за ротором; $\hat{\omega}_e$ – оцінка кутової швидкості ротора МПЖ в електричних рад/с; $U_{rd}, U_{rq}, U_{sd}, U_{sq}$ – вимірювані значення проєкцій векторів напруги ротора та статора на вісі d, q .

Коефіцієнти в системі рівнянь (1) дорівнюють

$$a_{11} = a_{22} = \frac{R' L_s}{\Delta}, \quad a_{23} = a_{14} = \frac{L_m}{\Delta}, \quad a_{13} = a_{24} = \frac{k_s R_s}{\Delta}, \quad a_{31} = a_{42} = k_s R_s, \quad a_{33} = a_{44} = \frac{R_s}{L_s}; \quad (3)$$

$$b_{11} = b_{22} = \frac{L_s}{\Delta}, \quad b_{13} = b_{24} = \frac{L_m}{\Delta}; \quad b_{33} = b_{44} = 1, \quad \Delta = L_s L_r - L_m^2, \quad R' = R_r + k_s^2 R_s, \quad k_s = L_m / L_s,$$

де R_s, R_r – активні опори фазних обмоток статора і ротора відповідно; L_m – індуктивність контуру намагнічування АМ; L_s, L_r – повні індуктивності статора і ротора відповідно.

Система рівнянь (1), (2) використовується як базова під час побудови ФК в системі векторного керування асинхронною машиною за ротором. Такий підхід є коректним лише за наявності в системі керування датчика положення ротора, коли необхідно здійснювати ідентифікацію швидкості та вектора потокозчеплення. У разі відсутності датчика положення ротора вихідну систему рівнянь слід модифікувати, оскільки крім швидкості обертання ротора та потокозчеплення статора необхідно також оцінювати кут повороту ротора. Проєкції вектора напруги статора U_{sd}, U_{sq} на осі d, q залежать від кута повороту ротора γ . Задля переведення проєкцій вектора напруги статора з осей α, β в осі ротора d, q необхідні координатні перетворення

$$U_{sd}(\gamma) = U_{s\alpha} \cos \gamma + U_{s\beta} \sin \gamma; \quad U_{sq}(\gamma) = U_{s\beta} \cos \gamma - U_{s\alpha} \sin \gamma. \quad (4)$$

Проєкції напруг статора $U_{sd}(\gamma), U_{sq}(\gamma)$ можна ввести до складу правих частин системи рівнянь спостерігача, а незалежними керуючими впливами прийняти тільки напруги ротора U_{rd}, U_{rq} .

Вираз для визначення електромагнітного моменту наступний

$$M_e = -\frac{3}{2}Nk_s [\bar{\Psi}_s \times \bar{I}_r] = \frac{3}{2}Nk_s (\Psi_{sq}I_{rd} - \Psi_{sd}I_{rq}). \quad (5)$$

Рівняння руху приймає вигляд

$$p\omega_e = a_{51}\Psi_{sq}I_{rd} - a_{51}\Psi_{sd}I_{rq} - a_{52}M_{st}, \quad (6)$$

де $a_{51} = 3N^2k_s/2J$; $a_{52} = N/J$; N – кількість пар полюсів АМ; J – момент інерції ротора МПЖ.

Кут повороту ротора визначається рівнянням

$$p\gamma = \omega_e. \quad (7)$$

Якщо покласти, що момент навантаження не змінюється у часі, то його рівняння буде

$$pM_{st} = 0. \quad (8)$$

У разі додавання в систему (1) рівнянь руху (6), кута повороту ротора (7) і моменту навантаження (8), одержимо наступну систему рівнянь моделі спостерігача:

$$p \begin{bmatrix} \hat{I}_{rd} \\ \hat{I}_{rq} \\ \hat{\Psi}_{sd} \\ \hat{\Psi}_{sq} \\ \hat{\omega}_e \\ \hat{\gamma} \\ \hat{M}_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11}\hat{I}_{rd} + a_{13}\hat{\Psi}_{sd} - a_{14}\hat{\omega}_e\hat{\Psi}_{sq} - b_{13}U_{sd}(\hat{\gamma}) \\ -a_{22}\hat{I}_{rq} + a_{23}\hat{\omega}_e\hat{\Psi}_{sd} + a_{24}\hat{\Psi}_{sq} - b_{24}U_{sq}(\hat{\gamma}) \\ a_{31}\hat{I}_{rd} - a_{33}\hat{\Psi}_{sd} + \hat{\omega}_e\hat{\Psi}_{sq} + b_{33}U_{sd}(\hat{\gamma}) \\ a_{42}\hat{I}_{rq} - \hat{\omega}_e\hat{\Psi}_{sd} - a_{44}\hat{\Psi}_{sq} + b_{44}U_{sq}(\hat{\gamma}) \\ a_{51}\hat{\Psi}_{sq}\hat{I}_{rd} - a_{51}\hat{\Psi}_{sd}\hat{I}_{rq} - a_{52}\hat{M}_{st} \\ \hat{\omega}_e \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{rd} \\ U_{rq} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Оцінкою вектора стану системи буде наступний вектор

$$\hat{X} = (\hat{x}_{11} \hat{x}_{21} \hat{x}_{31} \hat{x}_{41} \hat{x}_{51} \hat{x}_{61} \hat{x}_{71})^T = (\hat{I}_{rd} \hat{I}_{rq} \hat{\Psi}_{sd} \hat{\Psi}_{sq} \hat{\omega}_e \hat{\gamma} \hat{M}_{st})^T, \quad (10)$$

який містить струм ротора, потокозчеплення статора, швидкість обертання ротора, кут його повороту і момент статичного навантаження. Під час побудови векторної системи керування потік необхідний для того, щоб по ньому орієнтувати систему керування, сигнал швидкості потрібний для замикання за нею зворотного зв'язку. У разі адаптації моделі спостерігача використовуються оцінки прямо вимірюваних величин струмів ротора.

Система рівнянь спостерігача в різницях запишеться [2]

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + TF(\hat{X}_{k-1}) + TBu_{k-1} = D(\hat{X}_{k-1}), \quad \hat{y}_{k-1} = C\hat{X}_{k-1} = h(\hat{X}_{k-1}). \quad (11)$$

Тут вектори-функції D і h є функціями векторної змінної \hat{X} і мають наступний вигляд:

$$D(\hat{X}) = \begin{pmatrix} d_{11} \\ d_{21} \\ d_{31} \\ d_{41} \\ d_{51} \\ d_{61} \\ d_{71} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-Ta_{11})\hat{I}_{rd} + Ta_{13}\hat{\Psi}_{sd} - Ta_{14}\hat{\omega}_e\hat{\Psi}_{sq} - Tb_{13}U_{sd}(\hat{\gamma}) + Tb_{11}U_{rd} \\ (1-Ta_{22})\hat{I}_{rq} + Ta_{23}\hat{\omega}_e\hat{\Psi}_{sd} + Ta_{24}\hat{\Psi}_{sq} - Tb_{24}U_{sq}(\hat{\gamma}) + Tb_{22}U_{rq} \\ Ta_{31}\hat{I}_{rd} + (1-Ta_{33})\hat{\Psi}_{sd} + T\hat{\omega}_e\hat{\Psi}_{sq} + Tb_{33}U_{sd}(\hat{\gamma}) \\ Ta_{42}\hat{I}_{rq} - T\hat{\omega}_e\hat{\Psi}_{sd} + (1-Ta_{44})\hat{\Psi}_{sq} + Tb_{44}U_{sq}(\hat{\gamma}) \\ \hat{\omega}_e + Ta_{51}\hat{\Psi}_{sq}\hat{I}_{rd} - Ta_{51}\hat{\Psi}_{sd}\hat{I}_{rq} - Ta_{52}\hat{M}_{st} \\ T\hat{\omega}_e + \hat{\gamma} \\ \hat{M}_{st} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$h(\hat{X}) = \begin{pmatrix} h_{11} \\ h_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{I}_{rd} \\ \hat{I}_{rq} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Для подальших обчислень знадобляться матриці Якобі векторів-функцій $D(\hat{X})$ і $h(\hat{X})$. Ці матриці складаються з часткових похідних і мають вигляд

$$J(\hat{X}) = \frac{\partial D(\hat{X})}{\partial \hat{X}} = \begin{pmatrix} \partial d_{11}/\partial \hat{x}_{11} & \dots & \partial d_{11}/\partial \hat{x}_{71} \\ \dots & \dots & \dots \\ \partial d_{71}/\partial \hat{x}_{11} & \dots & \partial d_{71}/\partial \hat{x}_{71} \end{pmatrix}, \quad H = \frac{\partial h(\hat{X})}{\partial \hat{X}} = \begin{pmatrix} \partial h_{11}/\partial \hat{x}_{11} & \dots & \partial h_{11}/\partial \hat{x}_{71} \\ \partial h_{21}/\partial \hat{x}_{11} & \dots & \partial h_{21}/\partial \hat{x}_{71} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Знайдемо матриці Якобі для виразів (12) і (13). Для цього врахуємо наступні співвідношення:

$$\frac{\partial U_{sd}}{\partial \gamma} = U_{sq}; \quad \frac{\partial U_{sq}}{\partial \gamma} = -U_{sd}, \quad (15)$$

які впливають з диференціювання виразів (4). Тоді матриці Якобі приймають вигляд

$$J(\hat{X}) = \begin{pmatrix} 1-Ta_{11} & 0 & Ta_{13} & -Ta_{14}\hat{\omega}_e & -Ta_{14}\hat{\Psi}_{sq} & -Tb_{13}U_{sq}(\hat{\gamma}) & 0 \\ 0 & 1-Ta_{22} & Ta_{23}\hat{\omega}_e & Ta_{24} & Ta_{23}\hat{\Psi}_{sd} & Tb_{24}U_{sd}(\hat{\gamma}) & 0 \\ Ta_{31} & 0 & 1-Ta_{33} & T\hat{\omega}_e & T\hat{\Psi}_{sq} & Tb_{33}U_{sq}(\hat{\gamma}) & 0 \\ 0 & Ta_{42} & -T\hat{\omega}_e & 1-Ta_{44} & -T\hat{\Psi}_{sd} & -Tb_{44}U_{sd}(\hat{\gamma}) & 0 \\ Ta_{51}\hat{\Psi}_{sq} & -Ta_{51}\hat{\Psi}_{sd} & -Ta_{51}\hat{I}_{rq} & Ta_{51}\hat{I}_{rd} & 1 & 0 & -Ta_{52} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Математичні сподівання змішаних добуток змінних стану будуть нульовими, якщо припустити, що вони не корелюють, і матриця коваріації запишеться так

$$Q = \text{cov}(r) = \text{diag}(\sigma_{rid}^2, \sigma_{riq}^2, \sigma_{r\psi d}^2, \sigma_{r\psi q}^2, \sigma_{r\omega}^2, \sigma_{r\gamma}^2, \sigma_M^2), \quad (18)$$

де по головній діагоналі записані дисперсії змінних стану, що вважаються випадковими величинами.

Матриця коваріації шуму вимірів буде наступною:

$$R = \text{cov}(\rho) = M(\rho\rho^T) = \sigma_\rho^2 E, \quad (19)$$

де σ_ρ^2 – дисперсія величин ρ_{id} , ρ_{iq} шуму вимірів струмів ротора; E – одинична матриця.

В алгоритмі спостерігача Калмана використовуються матричні вирази та їхня послідовність, однакова на кожному інтервалі дискретизації за часом і такі ж, як наведені, наприклад, у роботах [2, 3].

Результатом рекурсивного алгоритму ФК є розрахована на кожному циклі роботи програми оцінка вектора стану МПЖ

$$\hat{X}_k = (\hat{I}_{rd} \quad \hat{I}_{rq} \quad \hat{\Psi}_{sd} \quad \hat{\Psi}_{sq} \quad \hat{\omega}_e \quad \hat{\gamma} \quad \hat{M}_{st}). \quad (20)$$

Ідентифікувати момент статичного навантаження на валу АМ необхідно задля реалізації контуру екстремального регулювання в складі релейно-векторної системи керування МПЖ, що докладно викладено в монографії [1], у якій окремо синтезувалися ідентифікатори опорного вектора потокозчеплення статора, швидкості обертання ротора та його кута повороту, а також спостерігач моменту статичного навантаження. У даній роботі в одному алгоритмі спостерігача Калмана визначаються всі зазначені змінні. У роботі [1] наведений аналітичний вираз для коефіцієнта потужності роторного кола МПЖ як функції трьох змінних АМ: кутової швидкості ротора ω_e , модуля вектора потокозчеплення статора Ψ_s і моменту статичного навантаження на валу M_{st} . Отримано рівняння, з розв'язання якого знаходяться значення Ψ_s , за яких коефіцієнт потужності роторного кола МПЖ $\cos \varphi_r$ досягає максимуму. Доведено, що величина $\cos \varphi_r$ практично не залежить від швидкості і визначається, головним чином, моментом статичного навантаження на валу МПЖ. Обґрунтовано, що регулюванням величини модуля вектора потокозчеплення статора Ψ_s у функції моменту навантаження можна домогтися забезпечення максимуму $\cos \varphi_r$ в різних сталих режимах роботи ЕП. Графіки залежності екстремальних значень модуля вектора потокозчеплення статора $\psi_s = \Psi_s / \Psi_{sn}$ від моменту навантаження $\mu = M_{st} / M_{stn}$ за різних швидкостях обертання ротора $\alpha = \omega_e / \omega_0$ представ-

лено в [1, стор. 181]. Ці характеристики для їхнього використання в контурі екстремального керування апроксимуються аналітичними виразами вигляду

$$\psi_s^* = d_1 + d_2 \arctg(d_3 \hat{\mu}), \quad (21)$$

де коефіцієнти d_i знаходяться методом найменших квадратів.

Задля регулювання швидкості, активної і реактивної складових струму ротора використовуються наступні алгоритми [1]:

$$U_{pm} = -I_{rv}^* \operatorname{sign}[\omega_r^* - \hat{\omega}_r - T_l p \hat{\omega}_r]; \quad U_{pca} = \operatorname{sign}[U_{pm} - I_{rv}]; \quad U_{pcp} = \operatorname{sign}[I_{ru}^* - I_{ru}], \quad (22)$$

де $\hat{\omega}_r = \hat{\omega}_e / N$ – оцінка кутової швидкості ротора в геом. рад/с; $T_l = L_\delta / R'$; $L_\delta = (L_r L_s - L_m^2) / L_s$.

Задля регулювання модуля потокозчеплення статора МПЖ зміною амплітуди напруги статора використовується алгоритм, запропонований в [1]

$$U_s = U_m, \text{ якщо } \left((\Psi_s \cos v)^* - \hat{\Psi}_s \cos v \right) > 0; \quad (23)$$

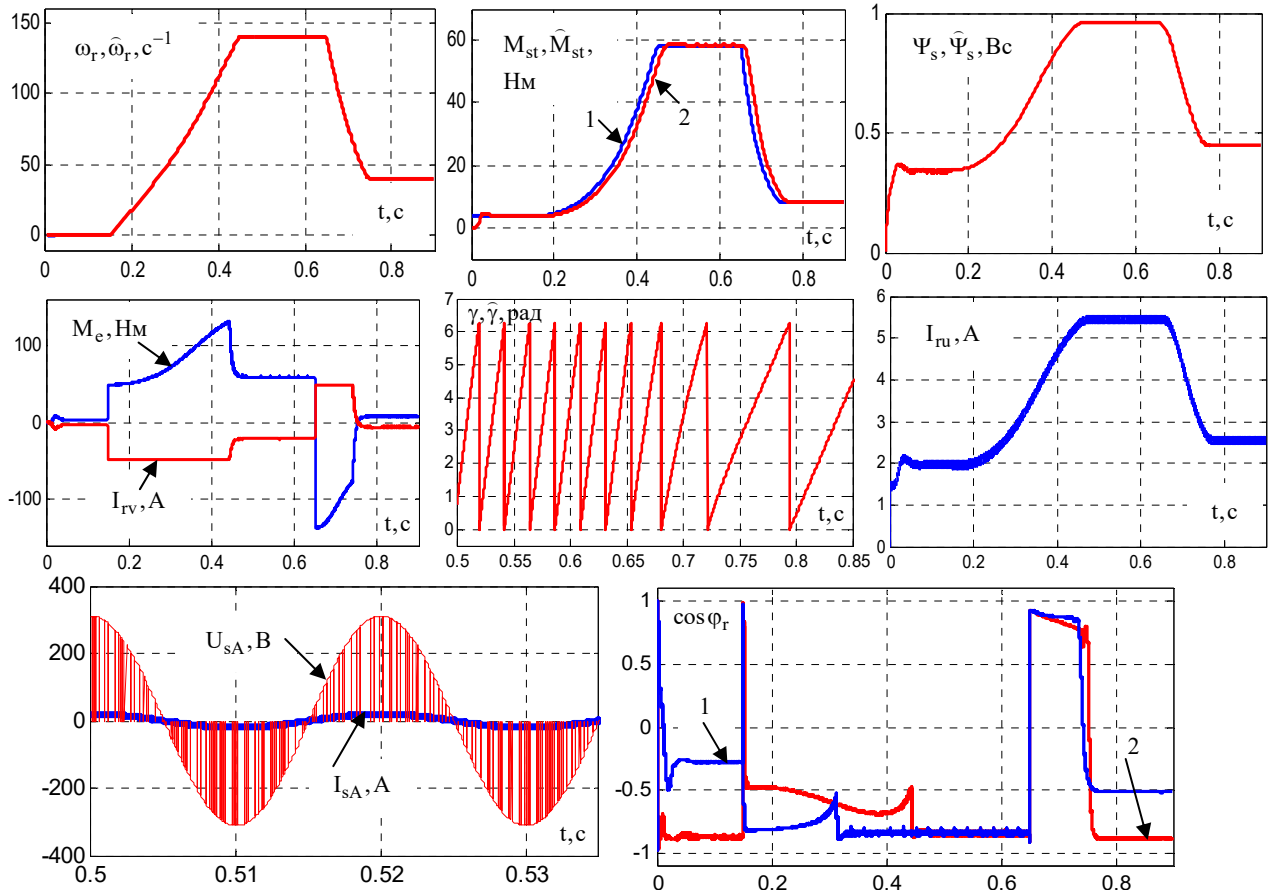
$$U_s = 0, \text{ якщо } \left((\Psi_s \cos v)^* - \hat{\Psi}_s \cos v \right) < 0;$$

$$(\Psi_s \cos v)^* = \frac{k_f}{T_f p + 1} \operatorname{sign}[\Psi_s^* - \hat{\Psi}_s - T_l p \hat{\Psi}_s], \quad (24)$$

де v – кут між опорним вектором потокозчеплення статора $\bar{\Psi}_s$ і вектором напруги мережі перед імпульсним регулятором напруги статора. Алгоритм (23), (24) реалізується за допомогою однопозиційного реле, яке підключає статор двигуна до мережі, коли регульована змінна менша за задане значення, або замикає коло, якщо ця змінна перевищує заданий рівень. У ковзному режимі середнє значення помилки на вході реле (24) дорівнює нулю, а фільтр нижніх частот, реалізований у вигляді аперіодичної ланки першого порядку, подає на вхід регулятора (23) усереднене значення змінної $\hat{\Psi}_s \cos v$, за якого потокозчеплення статора Ψ_s дорівнює необхідній величині Ψ_s^* . Сигнал завдання для регулятора потокозчеплення Ψ_s^* формується функціональним перетворювачем, який реалізує залежність (21). Така система регулювання збудження статора забезпечує досягнення максимального значення коефіцієнта потужності роторного кола як функції моменту статичного навантаження на валу МПЖ.

Мовою програмування математичного середовища Matlab написано програму дослідження динаміки МПЖ із перетворювачем частоти в роторному колі та імпульсному регуляторі напруги в колі статора. Використовувалася АМ з фазним ротором типу 4АК160S4У3 з наступними технічними даними: $P_n = 11$ кВт, $U_{1n} = 380$ В, $n_c = 1500$ об/хв, $U_2 = 305$ В. Графіки перехідних процесів в МПЖ з екстремальною релейно-векторною системою керування зображені на рисунку. Реалізується пряме релейне керування в усіх (трьох) каналах: регулювання модуля потокозчеплення статора, реактивної складової струму ротора і кутової швидкості обертання ротора з підпорядкованим регулятором активної складової струму ротора. У каналі реактивної потужності ротора включений один регулятор струму I_{ru} , сигнал завдання якого залежить від розрахункової величини модуля потокозчеплення статора і визначається формулою $I_{ru}^* = \Psi_s^* / L_m$. Стабілізацією реактивної складової струму ротора на рівні I_{ru}^* забезпечується відсутність фазового зсуву між відповідними фазними струмами і напругами статора, що видно на діаграмі із змінними U_{sA}, I_{sA} . При цьому струм статора цілком активний і, отже, мінімально можливий за заданого моменту навантаження. Таким чином, у каналі реактивної потужності ротора регулюється реактивна складова струму ротора за критерієм мінімуму струму статора. Завдання на швидкість ротора ω_r^* визначається технологічним процесом. Регулятору швидкості підпорядкований регулятор активної складової струму ротора I_{rv} , який обмежує його в перехідних процесах на рівні двократного номінального струму. Реактивний струм ротора I_{ru} незначний – приблизно на порядок менше активного струму ротора I_{rv} . З вектора оцінки стану (20), який обчислюється спостерігачем Калмана, можна взяти змінні $\hat{\Psi}_{sd}, \hat{\Psi}_{sq}, \hat{\gamma}$, з використанням яких обчислюється

модуль опорного вектора потокозчеплення статора $\hat{\Psi}_s$. Оцінка кута повороту ротора $\hat{\gamma}$ обнуляється після кожного досягнення ним рівня 2π радіан, оскільки в координатних перетворювачах використовуються функції синуса і косинуса від оцінки кута. Дійсні величини та їхні оцінки практично збігаються для всіх змінних, крім моменту статичного навантаження, що видно з графіків. Цифрою 1 по-



значено дійсний момент навантаження на валу ротора МПЖ, що змінюється за вентиляторною характеристикою, а цифрою 2 – оцінка моменту навантаження, визначена спостерігачем. У рівняннях спостерігача Калмана (12) та його матриці Якобі (16) проекції вектора напруги U_{sd} , U_{sq} визначаються на основі вимірюваних напруг на виході імпульсного регулятора напруги статора. У вимірювані значення струмів ротора ніякі випадкові перешкоди не вводилися. Однак матриці R і Q приймалися відмінними від нуля, оскільки створювані релейними регуляторами в ковзному режимі височастотні пульсації струмів мають розподіли як у випадкових величин (рівномірний або нормальний [21]) і сприймаються спостерігачем Калмана як випадкові перешкоди виміру струмів. Матриці коваріацій підібрані наступними:

$$R = \text{diag} \begin{bmatrix} 80^2 & 80^2 \end{bmatrix}, \quad Q = \text{diag} \left(\sigma_{rid}^2 \quad \sigma_{riq}^2 \quad \sigma_{r\psi d}^2 \quad \sigma_{r\psi q}^2 \quad \sigma_{r\omega}^2 \quad \sigma_{r\gamma}^2 \quad \sigma_M^2 \right) = \text{diag} \left(16 \cdot 10^{-4} \quad 16 \cdot 10^{-4} \quad 4 \cdot 10^{-8} \quad 4 \cdot 10^{-8} \quad 10^{-6} \quad 10^{-6} \quad 5 \cdot 10^{-1} \right). \quad (25)$$

За допомогою силового імпульсного регулятора напруги в колі статора регулюють модуль опорного вектора потокозчеплення статора. Модуль вектора не змінюється у разі переходу в різні осі координат, тому керуючий сигнал без координатних перетворювачів безпосередньо з регулятора (23) розподіляється на транзистори у фазах статорної обмотки МПЖ. У сталому режимі потокозчеплення Ψ_s стабілізується на рівні, за якого модуль коефіцієнта потужності роторного кола МПЖ досягає максимуму. На діаграмі косинус негативний тому, що він обчислюється від кута між активною складовою струму ротора і проти-ЕРС перетворювача, яка вводиться у фази ротора. За швидкостях нижче

синхронної відбувається рекуперація активної потужності ковзання з роторного кола МПЖ у мережу і фазий зсув між струмом ротора і проти-ЕРС перетворювача більше 90 електричних градусів. Цифрою 1 показаний графік $\cos\varphi_r$ за номінального потокозчеплення статора, коли обмотки статора МПЖ безпосередньо підключаються до мережі. З графіка видно, що у сталому режимі за знижених швидкості та моменті статичного навантаження на валу коефіцієнт потужності ротора зменшується. Якщо використовувати контур екстремального регулювання за статором у функції $\cos\varphi_r$, то за рахунок зниження потокозчеплення статора за моментах навантаження на валу нижче номінального вдається утримувати коефіцієнт потужності роторного кола на максимально можливому рівні (крива під цифрою 2).

Висновки. Представлено результати синтезу дискретного розширеного спостерігача Калмана для оцінки в реальному часі змінних стану МПЖ, необхідних для синтезу векторної системи керування, а також моменту статичного навантаження задля створення контуру екстремального регулювання у функції будь-якої енергетичної характеристики роторного кола. Спостерігач Калмана дає можливість замінити декілька окремих ідентифікуючих пристроїв: спостерігачі моменту навантаження, швидкості і кута повороту ротора, ідентифікатор опорного вектора потокозчеплення статора. Шляхом виконання математичного моделювання обґрунтовано можливість побудови на основі спостерігача Калмана бездатчикової релейно-векторної системи керування МПЖ з екстремальним регулюванням у каналах реактивної потужності. Імпульсною зміною напруги статора за прямого релейного керування величиною модуля опорного вектора потокозчеплення статора в контурі екстремального регулювання досягається максимальне значення коефіцієнта потужності роторного кола МПЖ. При цьому керуючий вплив по колу ротора в каналі його реактивної потужності зі зміною реактивного струму ротора пропорційно модулю потокозчеплення статора забезпечує повністю активний струм статора, коли він співпадає за фазою з першою гармонікою фазної напруги статора.

1. Клюев О.В., Садовой О.В., Сохіна Ю.В. Системи керування асинхронними вентилями каскадами. Кам'янське: ДДТУ, 2018. 294 с. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.16887109>.
2. Клюев О.В., Садовой О.В., Сохіна Ю.В. Бездатчикова система керування машиною подвійного живлення на основі фільтра Калмана. *Технічні науки та технології*. 2024. № 4(38). С. 270-281. DOI: [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2024-4\(38\)-270-281](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2024-4(38)-270-281).
3. Садовой О.В., Клюев О.В., Сохіна Ю.В. Використання фільтра Калмана у векторній системі екстремального керування асинхронною машиною. *Технічна електродинаміка*. 2025. № 1. С. 47-56. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2025.01.047>.
4. Nisham Ben Sassi, Khadija Lahrech, Fatima Errahimi, Najia ES-Sbai, Mokhtar Ghodbane. Mechanical speed estimation of a DFIG based on the Unscented Kalman Filter (UKF). *International Journal of Energetica (IJECA)*. 2022. Vol. 7. Issue 1. Pp. 9-17. DOI: <https://doi.org/10.47238/ijeca.v7i1.191>.
5. Djamilia Cherifi, Yahia Miloud. Improved Sensorless Control of Doubly Fed Induction Motor Drive Based on Full Order Extended Kalman Filter Observer. *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*. 2020. Vol. 64(1). Pp. 64-73. DOI: <https://doi.org/10.3311/PPee.14245>.
6. Ricardo Perez, Cesar Silva, Juan Yuz, Gonzalo Carrasco. Experimental Sensorless Vector Control Performance of a DFIG Based on an Extended Kalman Filter. 38th IEEE Annual Conference on *Industrial Electronics Society (IECON)*, Montreal, QC, Canada, 25-28 October 2012. Pp. 1786-1792. DOI: <https://doi.org/10.1109/IECON.2012.6388930>.
7. Gerasimos Rigatos, Pierluigi Siano. DFIG control using Differential Flatness theory and Extended Kalman Filtering. Proceedings of the 14th IFAC Symposium on *Information Control Problems in Manufacturing*, Bucharest, Romania, 23-25 May 2012. Vol. 45. Issue 6. Pp. 1763-1770. DOI: <https://doi.org/10.3182/20120523-3-RO-2023.00015>.
8. Mohamed Abdelrahem, Christoph Hackl, Ralph Kennel. Application of extended Kalman filter to parameter estimation of doubly-fed induction generators in variable-speed wind turbine systems. 5th International Conference on *Clean Electrical Power (ICCEP 2015)*, Taormina, Italy, 16-18 June 2015. Pp. 226-233. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCEP.2015.7177628>.
9. Saidi Omar, Djadi Hammou, Yazid Krim, Mena Mohamed. Application of the extended Kalman filter to the parameters estimation in the vector control of the BDFIG. *IEEE Smart Energy Grid Engineering (SEGE)*, Oshawa, Ontario, Canada, 21-24 August 2016. Pp. 208-214. DOI: <https://doi.org/10.1109/SEGE.2016.7589527>.
10. Mohamed Abdelrahem, Christoph Hackl, Ralph Kennel. Sensorless control of doubly-fed induction generators in variable-speed wind turbine systems. 5th International Conference on *Clean Electrical Power (ICCEP 2015)*, Taormina, Italy, 16-18 June 2015. Pp. 406-413. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCEP.2015.7177656>.
11. Rui Fan, Zhenyu Huang, Shaobu Wang, Ruisheng Diao, Da Meng. Dynamic state estimation and parameter calibration of a DFIG using the ensemble Kalman filter. *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Denver, Colorado, USA, 26-30 July 2015. DOI: <https://doi.org/10.1109/PESGM.2015.7285990>.

12. Mridul Kanti Malakar, Praveen Tripathy, Srinivasan Krishnaswamy. State estimation of DFIG using an Extended Kalman Filter with an augmented state model. *Eighteenth National Power Systems Conference (NPSC)*, Guwahati, India, 18-20 December 2014. DOI: <https://doi.org/10.1109/NPSC.2014.7103891>.
13. Sayyed Ali Akbar Shahriari, Mahdi Raoofat, Mohammad Mohammadi, Maryam Dehghani, Maarouf Saad. Dynamic state estimation of a doubly fed induction generator based on a comprehensive nonlinear model. *Simulation Modelling Practice and Theory*. 2016. Vol. 69. Pp. 92-112. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2016.09.005>.
14. Shenglong Yu, Kianoush Emami, Tyrone Fernando, Herbert H.C. Iu, Kit Po Wong. State Estimation of Doubly Fed Induction Generator Wind Turbine in Complex Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2016. Vol. 31. Issue 6. Pp. 4935-4944. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2015.2507620>.
15. Hossein Madadi Kojabadi, Liuchen Chang. Online induction motor rotor time constant estimation using perturbation-based extremum seeking control. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*. 2022. Vol. 13. No 3. Pp. 1459-1468. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v13.i3.pp1459-1468>.
16. Diachenko G., Schullerus G., Dominic A., Aziukovskiy O. Energy-efficient predictive control for field-orientation induction machine drives. *Naukovi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2020. Vol. 6. Pp. 61-67. DOI: <https://doi.org/10.33271/nvngu/2020-6/061>.
17. Mohammad Hazzaz Mahmud, Yuheng Wu, Yue Zhao. Extremum Seeking-Based Optimum Reference Flux Searching for Direct Torque Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*. 2020. Vol. 6. Issue 1. Pp. 41-51. DOI: <https://doi.org/10.1109/TTE.2019.2962327>.
18. Nannan Wang, Chaoying Xia. Research on the Optimal Control Strategy for the Maximum Torque per Ampere of Brushless Doubly Fed Machines. *Machines*. 2023. Vol. 11. P. 422. DOI: <https://doi.org/10.3390/machines11040422>.
19. Quan Chen, Yaoyu Li, John E. Seem. Dual-loop self-optimizing robust control of wind power generation with Doubly Fed Induction Generator. *ISA Transactions*. 2015. Vol. 58. Pp. 409-420. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2015.04.009>.
20. Abdelfatah Khatir, Abdelhak Dida, Badreddine Babes, Fahad Albalawi, Yayehyirad Ayalew Awoke. Particle swarm optimization of synergetic controller and sliding mode extreme seeking controller for wind power generation system. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15. Article no 39613. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-025-23291-6>.
21. Ключев О.В., Садовой О.В., Сохіна Ю.В., Жидко Ю.О. Статистичний аналіз струму асинхронної машини з релейно-векторною системою керування. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. 2024. Вип. 1 (44). С. 99-108. DOI: <https://doi.org/10.31319/2519-2884.44.2024.12>.

SENSORLESS VECTOR SYSTEM OF EXTREMUM CONTROL FOR A DOUBLY FED MACHINE USING A KALMAN OBSERVER

O.V. Sadovoi, O.V. Kliuiev, Yu.V. Sokhina

Dniprovsk State Technical University,

Str. Dniprobudivska, 2, Kamianske, 51918, Ukraine.

E-mail: sadovovav@ukr.net; kluev2006@ukr.net; jvsokhina@gmail.com.

In this paper for the control system of a doubly fed machine (DFM) previously proposed by the authors, a discrete extended Kalman observer is synthesized in order to develop a sensorless relay – vector control system for the DFM with two extremum regulation loops. The Kalman observer is of relatively high order because in addition to identifying the reference stator flux linkage vector and rotor angular speed – which is sufficient for induction machines (IM) with a squirrel-cage rotor controlled through the stator – this observer also estimates the rotor position angle and the external disturbance, represented by the static load torque applied to the DFM shaft. A second feature of the proposed Kalman observer lies in the inclusion of the stator voltage vector projections onto the orthogonal rotor-related axes within the observer's state matrix. Thus, these projections are computed as state variables rather than external inputs, with the only external control actions being the voltages applied to the rotor circuit of the DFM. In the rotor and stator reactive power channels optimization of the DFM's energy performance is achieved under steady-state operating conditions. The standard Kalman filtering algorithm is applied here to a deterministic system to enable the identification of all necessary process variables within a single observer. The Kalman observer operates stably because the measured rotor currents of the DFM, from whose estimation errors the corrective feedbacks are formed, contain high-frequency pulsations under direct relay control; these pulsations are perceived by the observer as random measurement noise. Through mathematical modeling of a DFM with a fan-type mechanical load on the shaft, the high quality of speed regulation and the achievement of extremal energy performance values in steady state have been theoretically confirmed for the sensorless control system based on the proposed Kalman observer. References 21, figure 1.

Keywords: doubly fed machine, vector field-oriented control, relay controller, extremum control, sensorless control system, discrete extended Kalman observer.

1. Kliuiev O.V., Sadovoi O.V., Sokhina Yu.V. Control systems for asynchronous valve cascades. Kamianske: DDTU, 2018. 294 p. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.16887109>. (Ukr)
2. Kliuiev O.V., Sadovoi O.V., Sokhina Yu.V. Sensorless control system by doubly fed machine based the Kalman filter. *Tekhnichni nauky ta tekhnologii*. 2024. No 4(38). Pp. 270-281. DOI: [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2024-4\(38\)-270-281](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2024-4(38)-270-281). (Ukr)

3. Sadovoi O. V., Kliuiev O.V., Sokhina Yu.V. Use of Kalman filter in vector system of extreme control of asynchronous machine. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2025. No 1. Pp. 47-56. DOI: <https://doi.org/10.15407/techmed2025.01.047>. (Ukr)
4. Hicham Ben Sassi, Khadija Lahrech, Fatima Errahimi, Najia ES-Sbai, Mokhtar Ghodbane. Mechanical speed estimation of a DFIG based on the Unscented Kalman Filter (UKF). *International Journal of Energetica (IJECA)*. 2022. Vol. 7. Issue 1. Pp. 9-17. DOI: <https://doi.org/10.47238/ijece.v7i1.191>.
5. Djamilia Cherifi, Yahia Miloud. Improved Sensorless Control of Doubly Fed Induction Motor Drive Based on Full Order Extended Kalman Filter Observer. *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*. 2020. Vol. 64(1). Pp. 64-73. DOI: <https://doi.org/10.3311/PPee.14245>.
6. Ricardo Perez, Cesar Silva, Juan Yuz, Gonzalo Carrasco. Experimental Sensorless Vector Control Performance of a DFIG Based on an Extended Kalman Filter. 38th IEEE Annual Conference on *Industrial Electronics Society (IECON)*. Montreal, QC, Canada, 25-28 October 2012. Pp. 1786-1792. DOI: <https://doi.org/10.1109/IECON.2012.6388930>.
7. Gerasimos Rigatos, Pierluigi Siano. DFIG control using Differential Flatness theory and Extended Kalman Filtering. Proceedings of the 14th IFAC Symposium on *Information Control Problems in Manufacturing*, Bucharest, Romania, 23-25 May 2012. Vol. 45. Issue 6. Pp. 1763-1770. DOI: <https://doi.org/10.3182/20120523-3-RO-2023.00015>.
8. Mohamed Abdelrahem, Christoph Hackl, Ralph Kennel. Application of extended Kalman filter to parameter estimation of doubly-fed induction generators in variable-speed wind turbine systems. 5th International Conference on *Clean Electrical Power (ICCEP 2015)*, Taormina, Italy, 16-18 June 2015. Pp. 226-233. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCEP.2015.7177628>.
9. Saidi Omar, Djadi Hammou, Yazid Krim, Mena Mohamed. Application of the extended Kalman filter to the parameters estimation in the vector control of the BDFIG. *IEEE Smart Energy Grid Engineering (SEGE)*, Oshawa, Ontario, Canada, 21-24 August 2016. Pp. 208-214. DOI: <https://doi.org/10.1109/SEGE.2016.7589527>.
10. Mohamed Abdelrahem, Christoph Hackl, Ralph Kennel. Sensorless control of doubly-fed induction generators in variable-speed wind turbine systems. 5th International Conference on *Clean Electrical Power (ICCEP 2015)*, Taormina, Italy, 16-18 June 2015. Pp. 406-413. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCEP.2015.7177656>.
11. Rui Fan, Zhenyu Huang, Shaobu Wang, Ruisheng Diao, Da Meng. Dynamic state estimation and parameter calibration of a DFIG using the ensemble Kalman filter. *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Denver, Colorado, USA, 26-30 July 2015. DOI: <https://doi.org/10.1109/PESGM.2015.7285990>.
12. Mridul Kanti Malakar, Praveen Tripathy, Srinivasan Krishnaswamy. State estimation of DFIG using an Extended Kalman Filter with an augmented state model. *Eighteenth National Power Systems Conference (NPSC)*, Guwahati, India, 18-20 December 2014. DOI: <https://doi.org/10.1109/NPSC.2014.7103891>.
13. Sayyed Ali Akbar Shahriari, Mahdi Raoofat, Mohammad Mohammadi, Maryam Deghani, Maarouf Saad. Dynamic state estimation of a doubly fed induction generator based on a comprehensive nonlinear model. *Simulation Modelling Practice and Theory*. 2016. Vol. 69. Pp. 92-112. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2016.09.005>.
14. Shenglong Yu, Kianoush Emami, Tyrone Fernando, Herbert H.C. Iu, Kit Po Wong. State Estimation of Doubly Fed Induction Generator Wind Turbine in Complex Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2016. Vol. 31. Issue 6. Pp. 4935-4944. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2015.2507620>.
15. Hossein Madadi Kojabadi, Liuchen Chang. Online induction motor rotor time constant estimation using perturbation-based extremum seeking control. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*. 2022. Vol. 13. No 3. Pp. 1459-1468. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v13.i3.pp1459-1468>.
16. Diachenko G., Schullerus G., Dominic A., Aziukovskiy O. Energy-efficient predictive control for field-orientation induction machine drives. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2020. Vol. 6. Pp. 61-67. DOI: <https://doi.org/10.33271/nvngu/2020-6/061>.
17. Mohammad Hazzaz Mahmud, Yuheng Wu, Yue Zhao. Extremum Seeking-Based Optimum Reference Flux Searching for Direct Torque Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*. 2020. Vol. 6. Issue 1. Pp. 41-51. DOI: <https://doi.org/10.1109/TTE.2019.2962327>.
18. Nannan Wang, Chaoying Xia. Research on the Optimal Control Strategy for the Maximum Torque per Ampere of Brushless Doubly Fed Machines. *Machines*. 2023. Vol. 11. P. 422. DOI: <https://doi.org/10.3390/machines11040422>.
19. Quan Chen, Yaoyu Li, John E. Seem. Dual-loop self-optimizing robust control of wind power generation with Doubly-Fed Induction Generator. *ISA Transactions*. 2015. Vol. 58. Pp. 409-420. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2015.04.009>.
20. Abdelfatah Khatir, Abdelhak Dida, Badreddine Babes, Fahad Albalawi, Yayehyirad Ayalew Awoke. Particle swarm optimization of synergetic controller and sliding mode extreme seeking controller for wind power generation system. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15. Article no 39613. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-025-23291-6>.
21. Kliuiev O.V., Sadovoi O.V., Sokhina Yu.V., Zhydko Yu.O. Statistical analysis of asynchronous machine current with relay-vector control system. *Zbirnyk Naukovykh Prats Dniprovskogo Derzhavnogo Tekhnichnoho Universytetu (technical sciences)*. 2024. Vyp. 1(44). Pp. 99-108. DOI: <https://doi.org/10.31319/2519-2884.44.2024.12>. (Ukr)

Надійшла 02.12.2025
 Прийнята 16.02.2026

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ВИСОКОТОЧНОГО ІТЕРАЦІЙНОГО ДВОКАНАЛЬНОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДА ПОДАЧІ З УМОВНИМ КОМПЕНСАТОРОМ ПРОЦЕСУ РІЗАННЯ

О.А. Худяєв^{*}, канд. техн. наук, В.М. Шамардіна^{**}, канд. техн. наук,
Д.О. Пшеничников^{***}, канд. техн. наук, І.В. Обруч^{****}, канд. техн. наук
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,
вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна.
E-mail: Vira.Shamardina@kphi.edu.ua.

На прикладі моделювання поздовжньої подачі робочого органу (РО) прецизійного металорізального верстата моделі 24К70АФ4 в процесі різання (ПР) доведено можливість значного порівняльного підвищення ефективності електромеханічного перетворення енергії в електроприводі (ЕП) подачі шляхом застосування пропонованого ітераційного двоканального ЕП з умовним компенсатором ПР (УКПР) замість традиційного одноканального ЕП. Це дає змогу суттєво підвищити якість керування подачею РО та, як наслідок, значно підняти потенційну конкурентну спроможність випускної продукції важких металорізальних верстатів. Побудовано детальні імітаційні комп'ютерні моделі порівнюваних двоканального і одноканального ЕП, які містять відповідні динамічні моделі ПР та УКПР і враховують вплив на динаміку приводів нелінійних сил тертя у навантаженні. Одержано порівнювальні електродинамічні характеристики систем. Встановлені значні (у рази) потенційні переваги в швидкодії та точності керування подачею двоканального ЕП. Дослідження вперше показали, що точність подачі РО в режимі металообробки суттєво підвищено не тільки за рахунок ітераційної структури двоканальної системи керування ЕП, але й додатково шляхом побудови електронної моделі самого ПР та включення цієї моделі разом з УКПР в контур керування ЕП подачі. Бібл. 13, табл. 2, рис. 7.

Ключові слова: ітераційний двоканальний електропривод подачі, умовний компенсатор процесу різання, комп'ютерне моделювання, електродинамічні характеристики, швидкодія, динамічна точність.

Вступ. Підвищення статичної і, особливо, динамічної точності стежачих електроприводів (ЕП) механізмів подачі (МП) інерційних робочих органів (РО) верстатів, роботів та промислових маніпуляторів є одним з найважливіших завдань, що стоять перед проектувальниками сучасних програмно-керованих ЕП у верстато- та роботобудуванні [1–4]. Багатоканальні ЕП МП, побудовані за ітераційним принципом [5], як і близькі до них за принципом дії багатодвигунні та багатоконтурні високоточні стежачі приводи та системи позиціонування інших типів [6–10], мають суттєві переваги у швидкодії та точності керування положенням (без перерегулювання) РО перед традиційними одноканальними ЕП подачі прецизійних металорізальних верстатів та обробних центрів (ОЦ) [11]. Застосування ітераційних багатоканальних ЕП МП потенційно забезпечує можливість значного порівняльного підвищення ефективності електромеханічного перетворення енергії за рахунок значного підвищення якості керування і, як наслідок, потенційної конкурентоспроможності випускної продукції механообробних верстатів. Крім того, ітераційні стежачі ЕП із налаштуванням каналів за принципом систем підпорядкованого регулювання (СПР) [12] потенційно мають високу надійність за рахунок добре відпрацьованих та уніфікованих типових налаштувань контурів керування.

Постановка задачі. Ітераційні двоканальні ЕП на базі дводвигунних безредукторних МП [13] дають можливість значно зменшити інерційність приводного механізму (ПМ) і підвищити швидкодію в порівнянні з технічно більш простими двоканальними ЕП подачі з механічним диференціалом [5]. Це досягається застосуванням конструкції ПМ з мінімальним числом передавальних ланок, що дає змогу більш ефективно використовувати швидкісні можливості широкосмугового приводу другого, уточнюючого каналу. Варіантом ітераційного безредукторного ЕП може служити двоканальний ЕП МП з ходовою гайкою, що обертається (ОХГ) [11], однак, при цьому ускладнюються проектування та розробка відповідного МП з ОХГ, що суттєво підвищує вартість виготовлення верстата загалом.

© Худяєв О.А., Шамардіна В.М., Пшеничников Д.О., Обруч І.В., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0003-3344-4559>; ** <https://orcid.org/0000-0002-9274-6517>;

*** <https://orcid.org/0000-0002-1243-168X>; **** <https://orcid.org/0000-0001-8239-1428>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

У роботі [13] як альтернативний варіант двоканальному ЕП з ОХГ запропонований двоканальний ЕП на базі дводвигунного МП, що має дві стандартні гвинтові передачі (ГП) (довгу і коротку) з кульково-гвинтовими парами (КГП) типу «гвинт-гайка кочення». Такий МП з двома ГП, що взаємодіють за ітераційним принципом, реалізує механічну безлюфтову передачу на РО верстата моментів і рухів за найбільш відповідальною координатою подачі та забезпечує можливість часткового поділу навантаження. Стосовно поздовжньої подачі РО (на прикладі прецизійного металорізального верстата моделі 24К70АФ4) побудовано уточнену динамічну модель руху в режимі механообробки та отримано відповідну узагальнену структурно-алгоритмічну схему ітераційного двоканального компенсованого ЕП МП з двома ГП та СПР-налаштуванням каналів керування.

Запропонована в [13] модель двоканального ЕП подачі включає узагальнену динамічну модель процесу різання (УДМ ПР) та модель відповідного умовного компенсатора ПР (УКПР), враховує вплив нелінійностей тертя ковзання в основних елементах МП верстата та тертя різання в РО під час металообробки. Разом з тим, у роботі не доведена можливість значного порівняльного підвищення ефективності електромеханічного перетворення енергії за рахунок застосування запропонованого двоканального ЕП подачі з УКПР; не виконано оцінку потенційно досяжних швидкодії та точності керування подачею інерційного РО за допомогою ітераційного двоканального ЕП з двома ГП, що потребує кількісної оцінки; не проведено аналіз електродинамічних характеристик і показників якості керування порівняно з одноканальними ЕП, які встановлюються на подібні верстати та ОЦ. У цьому сенсі результати даної роботи є логічним завершенням результатів, одержаних у роботі [13].

Мета роботи полягає у доведенні можливості порівняльного (порівняно з одноканальним ЕП) суттєвого підвищення ефективності електромеханічного перетворення енергії за рахунок значного підвищення швидкодії та точності керування подачею за допомогою ітераційного двоканального компенсованого ЕП МП з двома ГП та СПР-налаштуванням, який включає УДМ ПР та модель відповідного компенсатора УКПР стосовно поздовжньої подачі РО (робочого столу з виробом) важкого координатного багатофункціонального верстата особливо високої точності моделі 24К70АФ4.

Матеріал досліджень. Досліджуваний двоканальний ЕП подачі з двома ГП включає перший (основний) К-1 і другий (уточнюючий) К-2 канали керування за кутом з відповідними підпорядкованими контурами швидкості, налаштованими на симетричний оптимум. Основний канал К-1 використовується для керування приводом обертання ходового гвинта (ХГ1) першої ГП (ГП1), а уточнюючий канал К-2 – приводом обертання ходового гвинта (ХГ2) другої ГП (ГП2). Привод гвинта ХГ2 та ГП з парою КГП2 встановлені на спеціальних полозках МП РО. Спрощена схема конструкції та кінематична схема двоканального ЕП поздовжньої подачі (вісь Х) РО верстата розглянуті в роботі [13].

В комп'ютерній моделі порівнюваних ЕП подачі використано: в основному каналі К-1 двоканального ЕП та в одноканальному ЕП подачі – комплектний ЕП постійного струму з силовою частиною типу ШПП-ДПС серії MR-J3 моделі MR-J3-DU37KA ($P_{\text{ном}} = 37$ кВт, струм – до 630 А); в уточнюючому каналі К-2 – широкосмуговий комплектний сервопривод змінного струму з частотно-струмовим векторним керуванням (типу ПЧ-АД) серії Sinamics V90 моделі 6SL3210-5FE15-OUAO ($P_{\text{ном,ПЧ}} = 5$ кВт). Як виконавчі двигуни (ВД) Д1 основного та Д2 уточнюючого приводів, використані: високомоментний реверсивний ДПС із постійними магнітами серії 2ПБВ типу 2ПБВ132S ($P_{\text{ном,Д1}} = 1,94$ кВт), що встановлюється на верстаті вказаної моделі, і порівнянний за номінальним моментом і потужністю АД з короткозамкненим ротором фірми Siemens серії 1LA7 моделі 1LA7133-8AB ($P_{\text{ном,Д2}} = 3$ кВт). Порівняння двоканального ЕП проводиться з традиційним для даної та аналогічних моделей верстатів одноканальним глибоко регульованим ЕП подачі на базі ДПС типу 2ПБВ132S.

1. Визначення операторів розімкнутих каналів керування. Спрощені функціональні схеми ітераційного двоканального ЕП МП з двома ГП і одноканального (автономного) ЕП подачі РО верстата без врахування ПР надані на рис. 1, де ОКШ1, ОКШ2, ОКШ, РП1, РП2, РП, і ε_1 , ε_2 , δ – оптимізовані контури швидкості, П-регулятори положення (П-РП) і помилки за положенням відповідних приводів; ДП1 і ДПРО – датчики положення вала двигуна Д1 і переміщення РО; $J_{\Sigma,1}$ і $\tilde{J}_{\Sigma,2}$ – сумарні моменти інерції ПМ, приведені до валів двигунів Д1 і Д2 за їх сумісної роботи в двоканальному ЕП: $J_{\Sigma,1,\text{max}} \approx 0,500457$ кг·м²; $\tilde{J}_{\Sigma,2}^+ \approx 0,07308$ кг·м²; $J'_{\Sigma,\text{авт}}$ – сумарний момент інерції ПМ, приведений до валу ВД одноканального ЕП, $J'_{\Sigma,\text{авт,max}} \approx 0,34627$ кг·м².

У разі СПР-налаштування оператори оптимізованих контурів струму (ОКС) основного К-1 і уточнюючого К-2 каналів керування двоканального ЕП та одноканального (автономного) ЕП подачі

визначаються співвідношеннями

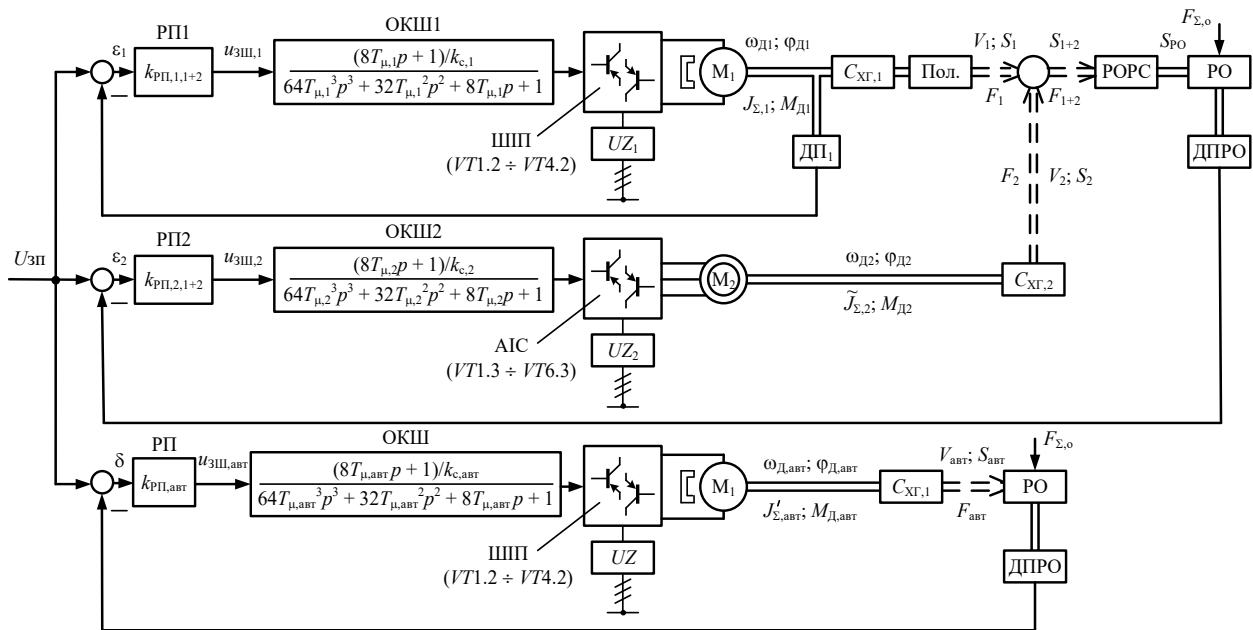


Рис. 1

$$W_{\text{ОКС},1}(p) \approx \frac{1/k_{с,1}}{2T_{\mu,1}p + 1}; \quad W_{\text{ОКС},2}(p) \approx \frac{1/k_{с,2}}{2T_{\mu,2}p + 1}; \quad W_{\text{ОКС},\text{авт}}(p) \approx \frac{1/k_{с,\text{авт}}}{2T_{\mu,\text{авт}}p + 1}, \quad (1)$$

де $p \equiv d/dt$ – оператор диференціювання за часом t ; $k_{с,1}$, $k_{с,2}$, $k_{с,\text{авт}}$ і $T_{\mu,1}$, $T_{\mu,2}$, $T_{\mu,\text{авт}}$ – коефіцієнти передачі й некомпенсуемі сталі часу контурів струму відповідних приводів [13]

$$\begin{aligned} k_{с,1} = k_{с,\text{авт}} = 0,02073 \text{ В/А}, & \quad k_{с,2} = 0,74087 \text{ В/А}; \\ T_{\mu,1} = T_{\mu,\text{авт}} = T_{\text{ШПП},1} = 8,3333 \cdot 10^{-5} \text{ с}, & \quad T_{\mu,2} = T_{\text{ШПП},2} = 3,125 \cdot 10^{-5} \text{ с}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для операторів за відповідним задавальним впливом $U_{\text{зп}}(t)$ оптимізованих контурів швидкості двоканального й одноканального ЕП (рис. 1) з урахуванням значень (2) отримаємо

$$W_{\text{ОКШ},1}(p) = \frac{(6,6667 \cdot 10^{-4} p + 1)/k_{ш,1}}{3,7037 \cdot 10^{-11} p^3 + 2,2222 \cdot 10^{-7} p^2 + 6,6667 \cdot 10^{-4} p + 1}; \quad (3)$$

$$W_{\text{ОКШ},2}(p) = \frac{(2,5 \cdot 10^{-4} p + 1)/k_{ш,2}}{1,9531 \cdot 10^{-12} p^3 + 3,125 \cdot 10^{-8} p^2 + 2,5 \cdot 10^{-4} p + 1}; \quad (4)$$

$$W_{\text{ОКШ},\text{авт}}(p) = \frac{(6,6667 \cdot 10^{-4} p + 1)/k_{ш,\text{авт}}}{3,7037 \cdot 10^{-11} p^3 + 2,2222 \cdot 10^{-7} p^2 + 6,6667 \cdot 10^{-4} p + 1}, \quad (5)$$

де $k_{ш,1}$, $k_{ш,2}$, $k_{ш,\text{авт}}$ – коефіцієнти передачі контурів швидкості відповідних приводів [13]

$$k_{ш,1} = k_{ш,\text{авт}} = 0,59683 \text{ В}\cdot\text{с/рад}; \quad k_{ш,2} = 0,298418 \text{ В}\cdot\text{с/рад}. \quad (6)$$

Тоді для двоканального ЕП і одноканального ЕП подачі згідно рис. 1 і співвідношень (3) ÷ (6) визначаємо оператори за завданням $U_{\text{зп}}(t)$ оптимізованих розімкнених контурів положення

$$R_{\text{П},1}^*(p) = \frac{k_{\text{РП},\text{пот},1} (8T_{\mu,1}p + 1)/k_{ш,1}}{p(64T_{\mu,1}^3p^3 + 32T_{\mu,1}^2p^2 + 8T_{\mu,1}p + 1)} = \frac{k_{\text{РП},\text{пот},1} (6,6667 \cdot 10^{-4} p + 1)/0,59683}{p(3,7037 \cdot 10^{-11} p^3 + 2,2222 \cdot 10^{-7} p^2 + 6,6667 \cdot 10^{-4} p + 1)}; \quad (7)$$

$$R_{\text{П},2}^*(p) = \frac{k_{\text{РП},\text{пот},2} (8T_{\mu,2}p + 1)/k_{ш,2}}{p(64T_{\mu,2}^3p^3 + 32T_{\mu,2}^2p^2 + 8T_{\mu,2}p + 1)} = \frac{k_{\text{РП},\text{пот},2} (2,5 \cdot 10^{-4} p + 1)/0,298418}{p(1,953125 \cdot 10^{-12} p^3 + 3,125 \cdot 10^{-8} p^2 + 2,5 \cdot 10^{-4} p + 1)}; \quad (8)$$

$$R_{\text{П.авт}}^*(p) = \frac{k_{\text{РП.пот.авт}}(8T_{\mu,\text{авт}}p+1)/k_{\text{ш,авт}}}{p(64T_{\mu,\text{авт}}^3p^3 + 32T_{\mu,\text{авт}}^2p^2 + 8T_{\mu,\text{авт}}p+1)} = \frac{k_{\text{РП.пот.авт}}(6,6667 \cdot 10^{-4}p+1)/0,59683}{p(3,7037 \cdot 10^{-11}p^3 + 2,2222 \cdot 10^{-7}p^2 + 6,6667 \cdot 10^{-4}p+1)}, \quad (9)$$

де $k_{\text{РП.пот.1}}$, $k_{\text{РП.пот.2}}$, і $k_{\text{РП.пот.авт}}$ – потрібні (бажані) значення коефіцієнтів підсилення П-регуляторів контурів положення каналів керування двоканального ЕП і одноканального ЕП подачі.

2. Структурна схема підключення динамічної моделі УКПР. У роботі [13] показано, що оператор, який зв'язує миттєві значення заданої швидкості подачі РО $V_{\text{РО}}(t)$ і швидкості подачі РО $V_{\text{РО}}^*(t)$, яка враховує вплив УДМ ПР, визначається співвідношенням

$$W_{V_{\text{РО}}^*, V_{\text{РО}}} (p, \mu) = \frac{T_{p,h,0}T_2p^3 + (T_2 + T_{p,h,0}T_1)p^2 + (T_{p,h,0} + T)p + 1}{T_{p,h,0}T_2p^3 + (T_2 + T_{p,h,0}T_1)p^2 + (T_{p,h,0} + T)p + 1 + \mu K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0}}, \quad (10)$$

де $K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0}$ – безрозмірний розрахунковий коефіцієнт передачі УДМ ПР: $K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0} = K \cdot t_{p,0}/c_0$; K – нормативна питома сила різання під час фрезерування (окружна сила різання F_z , віднесена до розрахункової площі f_0 шару, що зрізується одним зубом фрези): $K = 2549,729 \text{ Н} \cdot \text{зуб}/\text{мм}^2$; $t_{p,0}$ – задана (фіксована) величина глибини різання, мм; c_0 – розрахункове значення приведенного коефіцієнта жорсткості c системи МП-РО, яке визначається сумарною віською жорсткістю гвинтової передачі МП: $c_0 = c_{0,1+2} = 249,537 \cdot 10^3 \text{ Н}/\text{мм}$, $c_0 = c_{0,\text{авт}} = 413,8142 \cdot 10^3 \text{ Н}/\text{мм}$; μ – коефіцієнт тертя різання, який визначається в залежності від тангенціальної (окружної) швидкості обертання фрези (швидкості різання) V_p за характеристикою тертя різання $\mu = \mu(V_p)$; $T_{p,h,0}$ – стала часу аперіодичної ланки, яка відповідає оператору еталонної (розрахункової) сили подачі $F_{h,e}$: $T_{p,h,0} = 4,21343 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; T_1 і T_2 – сталі часу коливальної ланки, що відповідає оператору механічної пружної системи верстата (ПСВ) «РО-різець»: $T_1 = T_{1,1+2} = 2,93697 \cdot 10^{-3} \text{ с}$; $T_1 = T_{1,\text{авт}} = 1,6316 \cdot 10^{-3} \text{ с}$; $T_2 = T_{2,1+2} \approx 3,807 \cdot 10^{-5} \text{ с}^2$; $T_2 = T_{2,\text{авт}} \approx 2,0541 \cdot 10^{-5} \text{ с}^2$.

За співвідношенням (10) отримуємо оператор $W_{\text{УКПР}}(p, \mu)$ динамічної моделі УКПР

$$W_{\text{УКПР}}(p, \mu) = W_{V_{\text{РО}}^*, V_{\text{РО}}}^{-1}(p, \mu) = \frac{K_{\text{УКПР}}(\mu) \left[\frac{T_{p,h,0}T_2}{K_{\text{УКПР}}(\mu)} p^3 + \frac{T_2 + T_{p,h,0}T_1}{K_{\text{УКПР}}(\mu)} p^2 + \frac{T_{p,h,0} + T_1}{K_{\text{УКПР}}(\mu)} p + 1 \right]}{T_{p,h,0}T_2p^3 + (T_2 + T_{p,h,0}T_1)p^2 + (T_{p,h,0} + T)p + 1}, \quad (11)$$

де $K_{\text{УКПР}}(\mu)$ – безрозмірний коефіцієнт передачі динамічної моделі УКПР

$$K_{\text{УКПР}}(\mu) = 1 + \mu \cdot K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0}. \quad (12)$$

В роботі на основі формул (11) і (12) виконаний розрахунок параметрів моделі УКПР для двоканального і порівнюваного одноканального ЕП подачі для прикладу відпрацювання приводами заданого переміщення РО $S_{\text{зад}} = 1 \text{ мм}$ за заданої глибини різання $t_p = t_{p,0} = 0,2 \text{ мм}$, $\mu = \mu_0 = 0,316$ і розрахованих параметрах УДМ ПР. В результаті для УКПР двоканального ЕП подачі

$$W_{\text{УКПР},1+2}(p, \mu) = W_{V_{\text{РО}}^*, V_{\text{РО}}}^{-1}(p, \mu) = \quad (13)$$

$$= \frac{K_{\text{УКПР},1+2}(\mu_0) \left[\frac{1,604041 \cdot 10^{-8}}{K_{\text{УКПР},1+2}(\mu_0)} p^3 + \frac{3,930746 \cdot 10^{-5}}{K_{\text{УКПР},1+2}(\mu_0)} p^2 + \frac{3,35831 \cdot 10^{-3}}{K_{\text{УКПР},1+2}(\mu_0)} p + 1 \right]}{1,604041 \cdot 10^{-8} p^3 + 3,930746 \cdot 10^{-5} p^2 + 3,35831 \cdot 10^{-3} p + 1},$$

де

$$K_{\text{УКПР},1+2}(\mu_0) = 1 + 0,316 \cdot 2,043568 \cdot 10^{-3} = 1,000645767. \quad (14)$$

Для УКПР одноканального (автономного) ЕП подачі отримуємо

$$W_{\text{УКПР,авт}}(p, \mu) = \frac{1,00038941(8,651376 \cdot 10^{-9} p^3 + 2,12202 \cdot 10^{-5} p^2 + 2,05214 \cdot 10^{-3} p + 1)}{8,65474 \cdot 10^{-9} p^3 + 2,12285 \cdot 10^{-5} p^2 + 2,05294 \cdot 10^{-3} p + 1}, \quad (15)$$

$$K_{\text{УКПР,1+2}}(\mu_0) = 1 + 0,316 \cdot 2,043568 \cdot 10^{-3} = 1,000645767. \quad (16)$$

Структурну схему, яка ілюструє узгоджене функціонування УДМ ПР (10) і моделі УКПР (11), (12) в контурі положення двоканального ЕП подачі верстата, наведено на рис. 2, де $V_{\text{РО,різ}}$ – швидкість подачі РО в процесі металообробки з урахуванням компенсації впливу УДМ ПР, м/с.

3. Результати досліджень. На підставі формул (1)÷(16), розроблено структурно-алгоритмічні схеми, за якими побудовано відповідні імітаційні комп'ютерні моделі порівнюваних двоканального та одноканального ЕП. Комп'ютерне моделювання електродинамічних характеристик систем виконано за оптимального налаштування коефіцієнтів підсилення $k_{\text{РП,пот,1}}^*$, $k_{\text{РП,пот,2}}^*$ і $k_{\text{РП,пот,авт}}^*$ П-регуляторів контурів положення для різних типових завдань на подачу РО в режимі торцевого симетричного фрезерування. Враховувалися: вплив УДМ ПР та динамічної моделі УКПР, обмеження на швидкість робочої подачі РО та на перевантаження за струмом в ВД ЕП усіх каналів керування, нелінійності тертя в МП верстата та в системі «РО-різець», а також компенсація динамічного взаємовпливу каналів (ДВВК) за навантаженням у двоканальному ЕП з двома ГП.

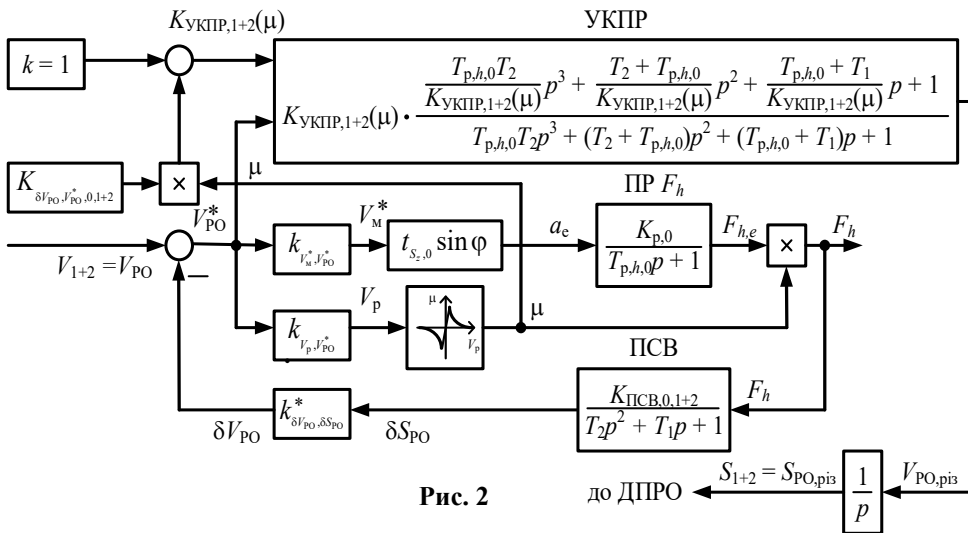


Рис. 2

до ДПРО

Розрахунки електродинамічних характеристик виконані з урахуванням технічних вимог до верстата і наведені у вигляді діаграм на рис. 3 ÷ 7, а результати порівняльної оцінки характеристик – у табл. 1 і 2. На рисунках позначено: цифрами «1» і «2» – графіки часових та частотних характеристик приводів основного К-1 та уточнюючого К-2 каналів, що працюють в ітераційному режимі;

цифрами «1+2» та «1авт» – аналогічні графіки двоканального ЕП та одноканального (автономного) ЕП подачі. Під час відпрацювання стрибкоподібних сигналів не допускалося перерегулювання за положенням і перевищення максимально допустимої швидкості V_x хвилинної подачі РО. Також враховувалося максимальне статичне навантаження, яке визначається приведеною масою системи МП-РО: $m_{\text{макс,1+2}} = m_{\text{вир,макс}} = m_{\text{ст}} + m_{\text{пол}} = 6000 + 3000 + 500 = 9500$ кг; $m_{\text{макс,авт}} = m_{\text{вир,макс}} = m_{\text{ст}} = 9000$ кг.

Комп'ютерні дослідження виявили переваги двоканального ЕП як у підвищенні точності відтворення заданих законів керування подачею РО, так і в порівняльному підвищенні швидкодії відпрацювання стрибкоподібних завдань в усьому діапазоні подачі верстата: $0 < S_{\text{РО}} \leq 2000$ мм. Особливо ефектно переваги виявляються в зоні малих та середніх переміщень $0 < S_{\text{РО}} < 1$ мм, де й досягається реалізація особливо високої точності керування та позиціонування РО.

Перехідні процеси. Задля досягнення найбільш ефективного відпрацювання двоканальним ЕП стрибкоподібних впливів $U_{\text{ЗП}}(t) = U_{\text{ЗП}} = \text{const}$ налаштування моделі приводу у певних зонах переміщень РО здійснювалося із застосуванням різних режимів взаємодії автономних каналів керування. Встановлено, що за налаштування динаміки ЕП у зоні малих переміщень (МП) ($0 < S_{\text{РО}} < 0,006$ мм) основний канал К-1 доцільно взагалі відключати. У зоні середніх переміщень (СП) ($0,006$ мм $\leq S_{\text{РО}} < 1$ мм) канали К-1 та К-2 повинні функціонувати паралельно (одночасно) в ітераційному режимі, а в зоні великих переміщень (ВП) РО (1 мм $\leq S_{\text{РО}} \leq 2000$ мм) має бути реалізований послідовно-паралельний режим взаємодії каналів, коли другий, уточнюючий канал К-2 підключається до роботи двоканального приводу за

заданим рівнем помилки ε_1 відпрацювання завдання $U_{ЗП}$ основним каналом К-1 (рис. 1). Для зони ВП встановлено, що в залежності від величини завдання $U_{ЗП}$ рівень помилки ε_1 , що задається, знаходиться в межах: $\varepsilon_1 = 0,05 \div 0,5$ мм.

На рис. 3 показано графіки перехідних процесів (ПП) положення РО в двоканальному ЕП і порівнюваному одноканальному ЕП МП верстата за відпрацювання приводами стрибкоподібних впливів

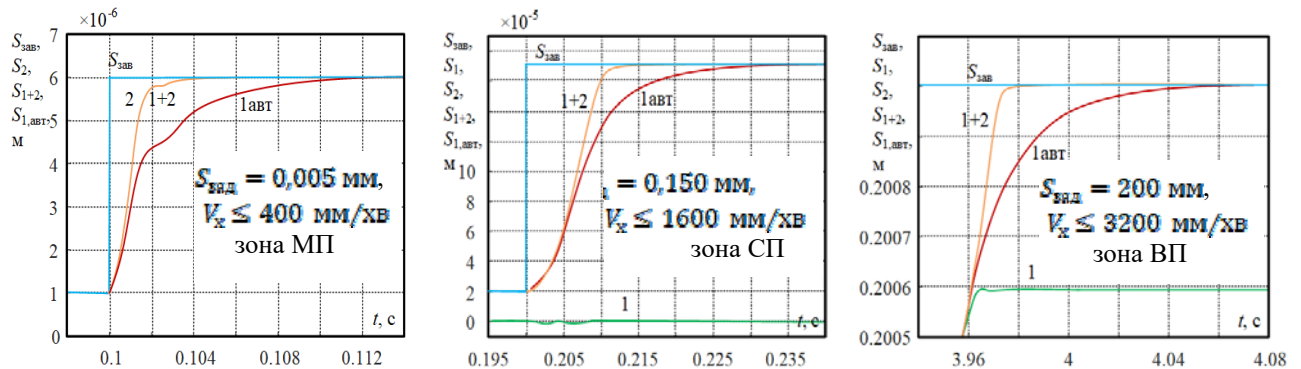


Рис. 3

$U_{ЗП}$, відповідних заданій подачі РО (з підлеглою обмеженою швидкістю V_x) в зонах малих, середніх і великих переміщень верстата. Моделювання ЕП виконано за компенсації в приводах впливу УДМ ПР підключенням моделі УКПР в контур керування. У табл. 1 для різних завдань $S_{зад}$ на величину фіксованої подачі наведено порівняльні показники якості ПП за положенням РО. З аналізу ПП (рис. 3 та табл. 1) випливає, що у двоканальному ЕП суттєво зменшується час регулювання у разі відпрацювання (без перерегулювання) невеликих переміщень: в зоні МП – в 2,5 \div 4,0 рази; в зоні СП – в 1,65 \div 2,5 рази; на першій ділянці зони ВП ($1 \text{ мм} \leq S_{РО} \leq 20 \text{ мм}$) – в 1,1 \div 1,63 рази. На другій ділянці зони ВП ($20 \text{ мм} < S_{РО} \leq 2000 \text{ мм}$) досягається невеликий вииграш у швидкодії подачі РО (рис. 3 і табл. 1).

Таблиця 1

Варіант ЕП	Зона переміщення і задана величина подачі РО	Величина подачі за зуб, S_z , мм/зуб	Показники якості ПП в режимі металообробки (подача з підпорядкованою обмеженою швидкістю)	
			час регулювання за рівнем 0,01% від $U_{ЗП}$, $t_{рег.авт}$ і $t_{рег.1+2}$, с	зменшення часу регулювання в двоканальному ЕП, раз
Одноканальний ЕП	$S_M(0,05 \text{ мкм})$	$5,0 \cdot 10^{-5}$	0,01615	-
	$S_M(0,005 \text{ мм})$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	0,0168	-
	$S_C(0,15 \text{ мм})$	0,1	0,0494	-
	$S_B(1 \text{ мм})$	0,1667	0,091	-
	$S_B(1000 \text{ мм})^1$	$n_{\phi}=300 \text{ об/хв}$ $n_{\phi}=50 \text{ об/хв}$	1,333 8,0	19,3715 19,372
Двоканальний ЕП	$S_M(0,05 \text{ мкм})$	$5,0 \cdot 10^{-5}$	0,0045	3,589
	$S_M(0,005 \text{ мм})$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	0,00673	2,496
	$S_C(0,15 \text{ мм})$	0,1	0,0291	1,698
	$S_B(1 \text{ мм})$	0,1667	0,056	1,625
	$S_B(1000 \text{ мм})^1$	$n_{\phi}=300 \text{ об/хв}$ $n_{\phi}=50 \text{ об/хв}$	1,3333 8,0	19,2812 19,2845

¹⁾ Час регулювання вимірювався за рівнем $S_{зад} = 0,005$ мм.

Частотні характеристики. Порівняльне підвищення швидкодії двоканального ЕП обумовлено значним розширенням його смуги пропускання. На рис. 4 надані логарифмічні амплітудно-частотні характеристики (середньочастотні ділянки) порівнюваних ЕП МП верстата при відпрацюванні синусоїдальних подач РО з різною заданою амплітудою $S_{зад}$ переміщень: $S_{зад} = 0,05 \text{ мкм}$; $0,15 \text{ мм}$; 1 мм ; 200 мм .

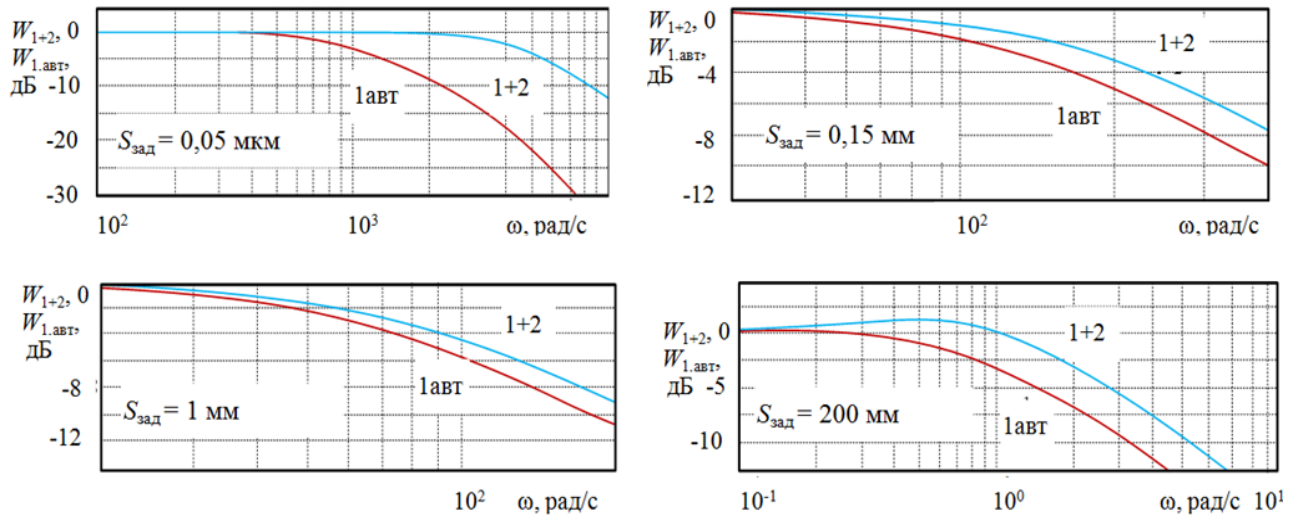


Рис. 4

Двоканальний ЕП забезпечує розширення смуги пропускання: на ділянці зони МП до 0,05 мкм ($0 < S_{PO} < 0,05$ мкм) – більш ніж в 4,1 рази; на другий ділянці зони МП і в зоні СП ($0,05$ мкм $< S_{PO} \leq 0,95$ мм) – в 1,35 ÷ 4,0 рази; на ділянці зони ВП до 200 мм (1 мм $\leq S_{PO} \leq 200$ мм) – в 1,26 ÷ 2,1 рази. На ділянці зони ВП (200 мм $< S_{PO} \leq 2000$ мм) показник розширення смуги знижується (залишаючись більшим одиниці), що з урахуванням обмежень на припустимий струм асинхронного ЕП обумовлено необхідністю зменшення коефіцієнта підсилення уточнюючого каналу К-2.

Компенсація впливу процесу різання. Графіки на рис. 5 і 6 відображають можливі робочі процеси в досліджуваному ЕП подачі під час відпрацювання стрибкоподібних завдань $U_{ЗП}$ в різних зонах переміщень РО: в зоні МП ($S_{зад} = 0,005$ мм, рис. 5 і 6) і в зоні ВП ($S_{зад} = 200$ мм, рис. 5) без компенсації (а) та з компенсацією (б) впливу УДМ ПР.

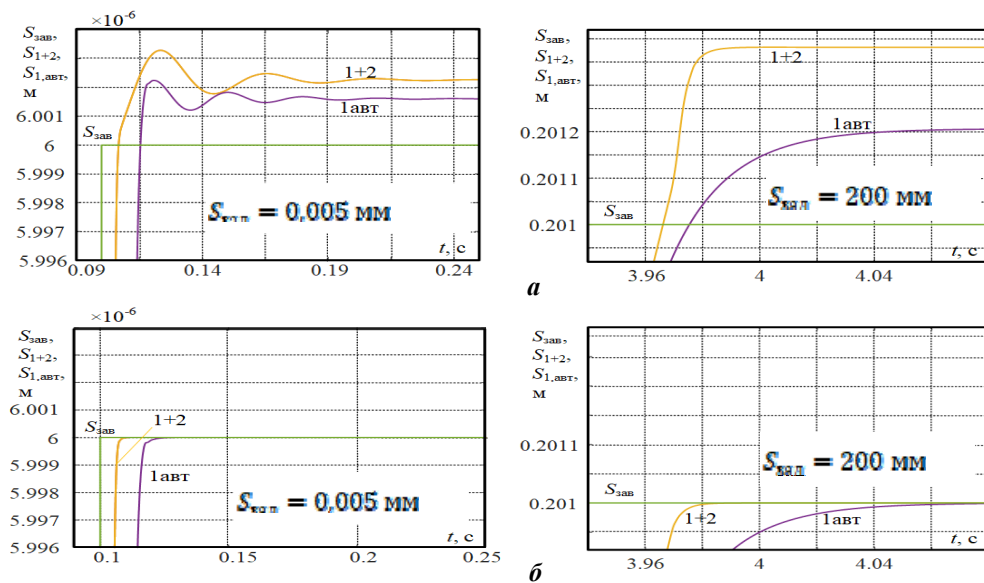
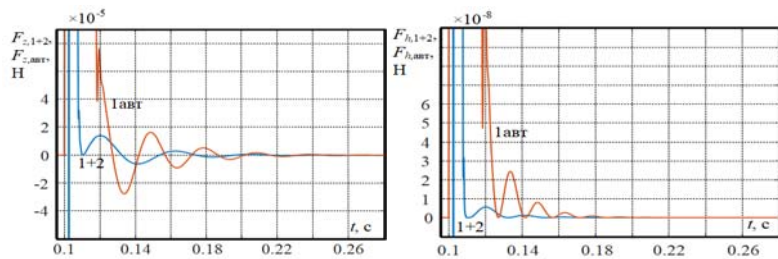


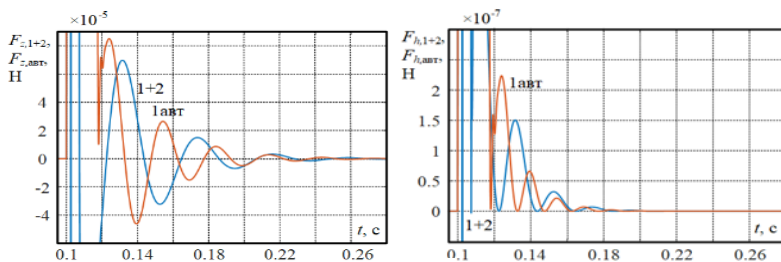
Рис. 5

На рис. 5 надано фрагменти графіків ПП положення РО в порівнюваних ЕП подачі, а на рис. 6 – фрагменти графіків ПП, які характеризують динаміку зміни окружної сили різання F_z та сили подачі F_h , що формуються при подачі РО у процесі металообробки. З аналізу ПП під час відключеного УКПР (рис. 5, а і 6, а) випливає, що не включення в контур регулювання ЕП подачі верстата моделі УДМ ПР може призвести до появи в реальному приводі неврахованих помилок положення РО, обумовлених фактичним впливом механічної ПСВ.

У роботі залежно від заданої величини подачі РО виконано комп'ютерну оцінку максимально можливих сталих статичних помилок за положенням у порівнюваних ЕП. При цьому в налаштуваннях ЕП зберігалися всі необхідні технологічні параметри подачі в режимі ПР, але компенсатори впливу УДМ ПР були відключені. Встановлено, що величина статичної помилки суттєво зростає із зростанням величини $S_{зад}$ подачі. Так, наприклад, за $S_{зад} = 1000$ мм статичні помилки положення у двоканальному та одноканальному ЕП можуть досягати: $\epsilon_{ст,1+2} = 5$ мм (0,5 %) і $\epsilon_{ст,авт} = 2,7$ мм (0,27 %) (за $n_{ф} = 300$ об/хв), і



а

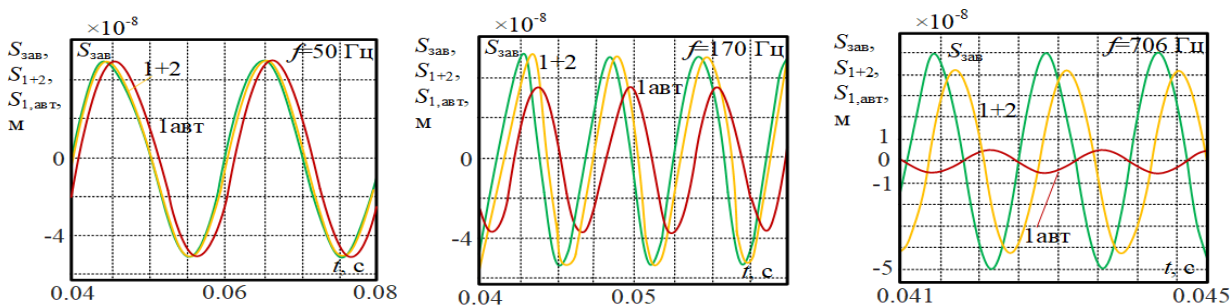


б

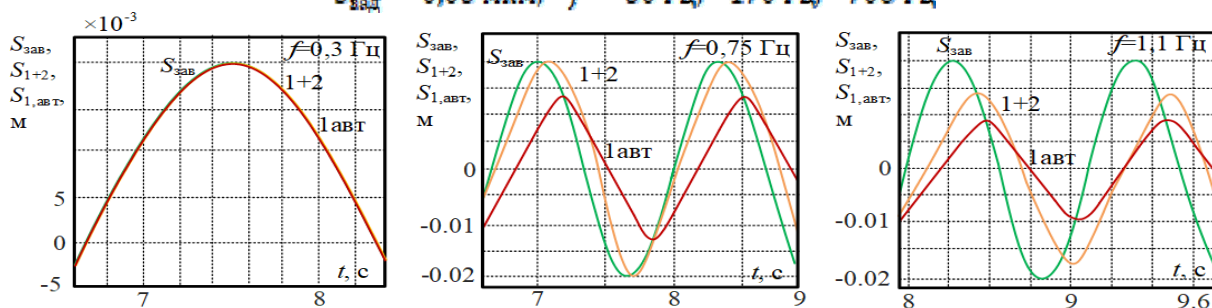
Рис. 6

коливання сил різання F_z та подачі F_h , зумовлені коливаннями ПСВ «РО-різець» (рис. 6, б).

Відпрацювання синусоїдальних впливів. У стежачих ЕП з П-РП статичні помилки за впливом $U_{3П} = \text{const}$ відсутні. Тому точнісні можливості порівнюваних ЕП зручно оцінювати за якістю відтворення впливів, що змінюються. Найбільш важко відтворюваними вважаються гармонічні задавальні сигнали. На рис. 7 наведено порівняльні графіки (в усталених режимах) відтворення двоканальним і одноканальним ЕП МП верстата (з підключенням УКПР) синусоїдальних сигналів амплітуди $S_{\text{зад}}$ і різної частоти f : $S_{\text{зад}} = 0,05$ мкм (а) і $S_{\text{зад}} = 20$ мм (б); значення f вказані на рисунку. Порівняльні показники якості відпрацювання ЕП синусоїдальних впливів подані у табл. 2.



$S_{\text{зад}} = 0,05$ мкм; $f = 50$ Гц; 170 Гц; 706 Гц



$S_{\text{зад}} = 20$ мм; $f = 0,3$ Гц; 0,75 Гц; 1,1 Гц

Рис. 7

$\epsilon_{\text{ст},1+2} = 12,8$ мм (1,3 %) і $\epsilon_{\text{ст},\text{авт}} = 6,9$ мм (0,7 %) (за $n_{\phi} = 50$ об/хв). Результати доводять необхідність врахування та компенсації в системі керування ЕП МП верстата помилок, зумовлених податливістю механічної системи МП-РО та пружністю системи «РО-різець» у процесі металообробки.

Результати моделювання ПП з підключенням УКПР (рис. 5, б і 6, б) показали, що точність подачі РО принципово можна підвищити шляхом побудови електронної моделі самого ПР та включення цієї моделі до контуру керування ЕП подачі (рис. 2). В цьому випадку типова система керування ЕП забезпечить компенсацію статичної податливості механічної системи МП-РО, але не усуне (без застосування додаткових компенсувальних зв'язків) негативні

Таблиця 2

Варіант ЕП	Зона переміщень і величина подачі РО	Показники якості відтворення керуючого впливу								
		величина фазового зсуву керуючого сигналу (запізнювання за фазою), рад			зменшення запізнювання за фазою у порівнянні з одноканальним ЕП, раз			послаблення амплітудного значення $S_{зад}$ сигналу завдання, %		
Одноканальний ЕП	S_M (0,05 мкм)	50 Гц	170 Гц	706 Гц				50 Гц	170 Гц	706 Гц
		0,41	1,40	3,04				0,84	29,3	89,4
	S_M (0,005 мм)	15 Гц	65 Гц	151 Гц				15 Гц	65 Гц	151 Гц
		0,25	0,82	1,21				2,7	31	56,5
	S_C (0,15 мм)	5 Гц	20 Гц	28 Гц				5 Гц	20 Гц	28 Гц
		0,13	0,79	0,95				0,78	29,4	41,8
Двоканальний ЕП	S_B (1 мм)	3 Гц	9 Гц	12 Гц				3 Гц	9 Гц	12 Гц
		0,11	0,83	1,03				0,6	31,8	47,3
	S_B (200 мм)	0,065 Гц	0,082 Гц	0,1 Гц				0,065 Гц	0,082 Гц	0,1 Гц
		0,55	0,83	0,97				12,4	30,5	41,8
	S_M (0,05 мкм)	50 Гц	170 Гц	706 Гц	50 Гц	170 Гц	706 Гц	50 Гц	170 Гц	706 Гц
		0,085	0,37	1,21	4,8	3,83	2,52	-	-	15,6
Двоканальний ЕП	S_M (0,005 мм)	15 Гц	65 Гц	151 Гц	15 Гц	65 Гц	151 Гц	15 Гц	65 Гц	151 Гц
		0,11	0,43	0,82	2,29	1,88	1,49	0,46	9,3	31,1
	S_C (0,15 мм)	5 Гц	20 Гц	28 Гц	5 Гц	20 Гц	28 Гц	5 Гц	20 Гц	28 Гц
		0,06	0,35	0,51	2,32	2,25	1,85	-	13,8	27,1
	S_B (1 мм)	3 Гц	9 Гц	12 Гц	3 Гц	9 Гц	12 Гц	3 Гц	9 Гц	12 Гц
		0,055	0,47	0,56	2,04	1,77	1,84	-	12,1	21,5
Двоканальний ЕП	S_B (200 мм)	0,065 Гц	0,082 Гц	0,1 Гц	0,065 Гц	0,082 Гц	0,1 Гц	0,065 Гц	0,082 Гц	0,1 Гц
		0,35	0,54	0,82	1,54	1,53	1,18	-	14,8	30,7

Особливості налаштування та практичної реалізації двоканального ЕП. Встановлено, що динамічний взаємовплив каналів за навантаженням, характерний для ітераційних багатоканальних стежачих приводів, у двоканальному ЕП з двома ГП загалом несуттєво впливає на якість роботи контуру положення. Разом з тим задля компенсації ДВБК за навантаженням у модель двоканальної системи управління введені відповідні внутрішні компенсуючі перехресні зв'язки (КПЗ) між каналами К-1 та К-2 – компенсатори C_{12} та C_{21} [13], що дало можливість в середньому на 5÷15% зменшити (порівняно з відсутністю КПЗ) час регулювання ПП за положенням у двоканальному ЕП у зоні малих та середніх переміщень РО ($0 < S_{PO} < 1$ мкм). У зоні ВП ($1 \text{ мм} \leq S_{PO} \leq 2000$ мм) підключення блоку КПЗ практично не впливає на якість ПП.

Досягнення в пропонованому двоканальному ЕП високої точності керування подачею істотно залежить від динамічних властивостей сервопривода змінного струму типу ПЧ-АД другого, уточнюючого каналу К-2 і, перш за все, від ширини смуги відтворюваних частот ЕП та від перевантажувальної здатності за моментом ВД Д2.

Відзначимо, що якість керування обмежується точностними можливостями виготовлення механіки дводвигунного МП та ступенем адекватності врахування впливу реальної динаміки ПР. Реалізація двоканального ЕП МП з двома ГП потребує наявності: у системі керування двох (замість одного) повноцінних стежачих ЕП у системі керування; спеціально розробленого МП з двома безлюфтовими ГП, що включає додаткові полочки для розміщення другої ГП; високоточного (з роздільною здатністю не нижче сотих часток мікрона) датчика ДПРО положення РО (наприклад, лінійного датчика фірми *Heidenhain* з дискретністю 10 нм). Крім того, повинні бути передбачені заходи, що унеможливають виникнення зривних автоколивань у режимі гранично повільних робочих переміщень РО.

Висновки. 1. Для пропонованого ітераційного двоканального ЕП МП з двома ГП і порівнюваного одноканального ЕП подачі з СПР-налаштуванням каналів визначено оператори за задавальним впливом $U_{зп}(t)$ оптимізованих контурів положення і розраховано параметри компенсаторів УКПР стосовно поздовжньої подачі РО прецизійного металорізального верстата моделі 24К70АФ4. Наведено структуру, яка ілюструє узгоджене функціонування моделі УДМ ПР та динамічної моделі відповідного компенсатора УКПР у контурі положення двоканального ЕП. Побудовані імітаційні комп'ютерні моделі порівнюваних ЕП, які включають УДМ ПР та компенсатори УКПР і враховують вплив нелінійних сил тертя у навантаженні. Це дало змогу виконати розрахунок та аналіз показників якості функціонування ЕП.

2. Результати моделювання ПП із підключенням УКПР вперше довели, що точність подачі РО

у робочих режимах (в одно- і двоканальному ЕП) принципово можна підвищити шляхом побудови електронної УДМ ПР та включення цієї моделі до контура керування ЕП. При цьому типова система управління ЕП здатна забезпечити компенсацію статичної податливості механічної системи МП-РО.

3. Доведено можливість значного порівняльного підвищення ефективності електромеханічного перетворення енергії в ЕП подачі верстата за рахунок застосування пропонованого ітераційного двоканального ЕП з УКПР замість традиційного одноканального ЕП. Показниками цієї можливості є:

– значні потенційні переваги в швидкодії відпрацювання ступінчастих задавальних впливів, які особливо помітні у зоні найбільш відповідальних: малих, середніх і, частково, великих переміщень РО ($0 < S_{PO} < 20$ мм), де швидкодія двоканального ЕП може бути підвищена більш ніж у $1,1 \div 4,0$ рази в залежності від величини завдання $S_{зад}$ на подачу. Крім того, двоканальний ЕП з двома ГП на відміну від двоканального ЕП з МД забезпечує порівняльне зменшення часу регулювання ПП в усьому діапазоні подачі верстата (табл. 1);

– суттєве підвищення динамічної точності подачі РО в усталених режимах, у тому числі, точності відпрацювання найбільш відповідальних високочастотних синусоїдальних впливів невеликої амплітуди (до $S_{зад} = 20$ мм). У таких режимах двоканальний ЕП забезпечує наступні показники зменшення запізнення за фазою керуючого сигналу: у зоні МП (до $S_{зад} = 0,05$ мкм) за робочої частоти синусоїди $f = 50 \div 706$ Гц в $4,8 \div 2,52$ рази; у зоні СП ($S_{зад} = 0,15$ мм) за частоти $f = 5 \div 28$ Гц – у $2,32 \div 1,85$ рази; у зоні ВП ($S_{зад} = 1$ мм) за частоти $f = 3 \div 12$ Гц – у $2,04 \div 1,83$ рази, та у зоні ВП ($S_{зад} = 20$ мм) за частоти $f = 0,3 \div 1,1$ Гц – у $2,4 \div 1,53$ рази. При цьому в двоканальному ЕП спостерігається незначне (порівняно з одноканальним ЕП) послаблення керуючої синусоїди (табл. 2);

– значне розширення смуги пропускання двоканального ЕП: в зоні МП до $0,05$ мкм ($0 < S_{PO} \leq 0,05$ мкм) – більш ніж у $4,1$ рази; на другій ділянці зони МП та в зоні СП ($0,05$ мкм $< S_{PO} \leq 0,95$ мм) – у $1,35 \div 4,0$ рази; в зоні ВП до 200 мм (1 мм $\leq S_{PO} \leq 200$ мм) – у $1,26 \div 2,1$ рази. На ділянці зони ВП РО (200 мм $< S_{PO} \leq 2000$ мм) показник розширення смуги зменшується, але залишається більшим 1.

4. Підтверджено, що ДВБК за навантаженням загалом незначно впливає на якість роботи контура положення двоканального ЕП МП. Разом з тим, підключення блоку внутрішніх КПЗ, які компенсують ДВБК, зменшує (порівняно з його відсутністю) в середньому на $5 \div 15\%$ час регулювання ПП за положенням у двоканальному ЕП у зоні малих та середніх переміщень РО ($0 < S_{PO} < 1$ мм). У зоні ВП (1 мм $\leq S_{PO} \leq 200$ мм) підключення блоку КПЗ практично не впливає на якість ПП.

5. Застосування ітераційних двоканальних безредукторних ЕП подачі з двома ГП і компенсатором УКПР доцільно у випадках, коли від традиційних одноканальних ЕП подачі вимагаються дуже високі швидкодії і точність відпрацювання невеликих завдань (переміщень) у разі значних інерційних навантажень на виході привода. Такі вимоги відповідають зростаючим вимогам до якості роботи ЕП подачі РО сучасних важких прецизійних металорізальних верстатів і ОЦ.

ELECTRODYNAMICS OF A HIGH-PRECISION ITERATIVE TWO-CHANNEL ELECTRIC FEED DRIVE WITH A CONDITIONAL CUTTING PROCESS COMPENSATOR

O.A. Khudyaev, V.M. Shamardina, D.O. Pshenychnykov, I.V. Obruch
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,
Kirpichova str., 2, Kharkiv, 61002, Ukraine.
E-mail: Vira.Shamardina@khi.edu.ua.

Using the example of modeling the longitudinal feed of the working body (WB) of a precision metal-cutting machine tool model 24K70AF4 during the cutting process (PC), the possibility of a significant comparative increase in the efficiency of electromechanical energy conversion in the electric drive (ED) of the machine tool feed is proven by using the proposed iterative two-channel ED with a conditional PC compensator (PCCC) instead of the traditional single-channel ED. This allows you to significantly improve the quality of WB feed control and, as a result, significantly increase the potential competitiveness of the output of heavy metal-cutting machine. Detailed simulation computer models of the compared two-channel and single-channel EDs have been constructed, which contain the corresponding dynamic models of the PC and the PCCC compensators and take into account the influence of nonlinear friction forces in the load on the dynamics of the drives. Indicative comparative electrodynamic characteristics of the systems were obtained. Significant (multiple times) potential advantages in the speed and accuracy of feed control of a dual-channel ED have been established. The modeling results showed for the first time that the accuracy of the feed of the WB in the metal-

working mode can be significantly increased not only due to the iterative structure of the two-channel control system of the ED, but also additionally by building an electronic model of the PC itself and including this model together with the PCCC in the control loop of the feed ED. References 13, Tables 2, Figures 7.

Keywords: iterative two-channel electric feed drive, conditional cutting process compensator, computer modeling, electrodynamic characteristics, speed, dynamic accuracy.

1. Yamazaki Takanori. Experimental Study on Dynamic Behavior of High Precision Servo Motor for Machine Tools. *Applied Mechanics and Materials*. 2017. Vol. 863. Pp. 224–228. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.863.224>.
2. Kuznetsov B.I., Nikitina T.B., Kolomiets V.V., Bovdii I.V. Improving of Electromechanical Servo Systems Accuracy. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2018. No 6. Pp. 33–37. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2018.6.04>.
3. Uzunoğlu E., Tatlıcioğlu E., Dede M. A Multi-Priority Controller for Industrial Macro-Micro Manipulation. *Robotica*. 2021. Vol. 39(2). Pp. 217–232. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0263574720000338>.
4. Zhao W., Qu J., Li J., Sue N., Shi G., Liu J. Research on quality analysis of solid-liquid two-phase abrasive flow precision machining based on different sub-grid scale models. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2022. No 119. Pp. 1693–1706. DOI: <https://doi.org/10.1007/S00170-021-07604-3>
5. Kuznetsov B.I., Novoselov B.V., Bogaenko I.N., Ryumshin N.A. *Projection of optimal control multichannel systems*. Kyiv: Tekhnika, 1993. (Rus).
6. Sharon A., Hardt D. Enhancement of Robot Accuracy Using Endpoint Feedback and a Macro-Micro Manipulator System. *Proceedings of 1984 American Control Conference*, San Diego, USA. June 1984. Pp. 1836–1842.
7. Sharon A., Hogan N., Hardt D.E. High bandwidth force regulation and inertia reduction using a macro/micro manipulator system. In *Proceedings of the International Conference on Robotics & Automation*, Philadelphia, PA, USA. April 1988. Pp. 24–29.
8. Hemi Jae Park, Dong Sung Lee, Jong Ho Park. Ultra-precision positioning system for servo motor–piezo actuator using the dual servo loop and digital filter implementation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 2001. Vol. 41. Issue 1. Pp. 51–63. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(00\)00061-4](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(00)00061-4).
9. Duane M., Lu H., Xin B., Li Z., Zhang Y., Liu Q. Multivariate orthogonal polynomial-based positioning error modeling and active compensation of dual-driven feed system. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* July 2019. No 104(5). Pp. 2593–2605. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00170-019-04040-2>.
10. Yang M., Li L., Zhang C., Huang Y., Wu H., Feng, B. Research on Continuous Error Compensation of a Sub-Arc-Second Macro/Micro Dual-Drive Rotary System. *Micromachines*. 2022. No 13. Pp. 16–62. DOI: <https://doi.org/10.3390/mi13101662>
11. Khudiayev O., Shamardina V. and Pshenychnykov D. Refined model of two-channel feed electric drive with the summation of movements on the sliding nut for high-precision metal-cutting machines. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy*. 2024. Vyp. 68. Pp. 43–50. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2024.68.043>. (Ukr)
12. Khudiayev O.A., Pshenychnykov D.O., Klepikov V.B., Vorobiov B.V. Electrodynamics of high-precision iterative feed electric drive of machining center with inertial load. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2023. No 3. Pp. 50–5910. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.03.050>.
13. Khudiayev O.A., Pshenychnykov D.O., Klepikov V.B., Obruch I.V. Dynamic model of an iterative electric feed drive with two screw gears for precision machine tools and machining centers. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 3. Pp. 61–72. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.03.061>. (Ukr)

Надійшла 18.08.2025
Прийнята 25.01.2026

**ВИЯВЛЕННЯ «СЛАБКИХ» ПЕРЕТИНІВ В РЕЖИМІ ОПЕРАТИВНОГО
КЕРУВАННЯ СТІЙКІСТЮ ЕНЕРГОСИСТЕМ**

В.В. Павловський^{1*}, докт. техн. наук, **Л.М. Лук'яненко^{2**}**, канд. техн. наук,
В.В. Гречко^{*}**, канд. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: lukianenko.lukian@gmail.com.

Представлено підхід до швидкої ідентифікації «слабких за стійкістю» перетинів в режимі оперативного керування енергосистемами (ЕС). Висвітлено вплив слабких перетинів на стійкість та надійність енергосистем з акцентом на їхню роль у запобіганні каскадним аваріям. Одним із ключових факторів, що впливає на стійкість енергосистем, є надійна робота критичних (важливих) перетинів, яка може бути порушена внаслідок надмірних або непередбачених перетоків потужності. Наведено процес виявлення слабких перетинів та оцінки їхніх максимально-допустимих перетоків (МДП). Розроблено спеціальну методологію, яка дає змогу в режимі оперативного керування здійснювати моніторинг та виявлення слабких перетинів, що забезпечує можливість реагування з боку операторів ЕС. Реалізація розробленого підходу суттєво підвищує стійкість енергосистеми шляхом оптимізації стратегій навантаження перетинів та забезпечення збалансованого навантаження в електричній мережі. Отримані результати роблять науковий та практичний внесок у розвиток загальної теорії керування енергосистемами, а також пропонують практичні рішення задля підвищення надійності та стійкості експлуатації магістральних мереж. Перспективні напрями подальших досліджень включають удосконалення алгоритмів виявлення слабких перетинів та інтеграцію моделей на основі штучного інтелекту для прогнозування оцінки стійкості енергосистеми. Бібл. 6, табл. 2, рис. 5.

Ключові слова: стійкість енергосистем, слабкі перетини, пропускна спроможність, автоматизація, обчислення в режимі оперативного керування.

Функціонування магістральних систем передавання електроенергії регламентується низкою вимог, однією з найважливіших серед яких є забезпечення стійкості та надійності режимів роботи енергосистеми (ЕС). Ключовим фактором, що впливає на стійкість ЕС, є стійка та надійна робота її внутрішніх та зовнішніх перетинів. Додатково, в умовах сучасного ринкового середовища, велика електрична відстань між джерелами генерації та споживачами електроенергії призводить до появи значних транзитних перетоків потужності, які створюють додаткове навантаження на критичні перетини. Такі виклики істотно ускладнюють оперативне керування режимами роботи системи та загострюють проблему забезпечення її стійкості.

Традиційно диспетчерські та оперативні служби операторів систем передачі (ОСП) використовують контрольовані перетини між критичними частинами або між цілими енергосистемами для керування перетоками потужності в ЕС. Також у ОСП застосовується спеціалізоване програмне забезпечення (ПЗ) для аналізу стійкості та оцінки допустимого запасу по заздалегідь визначеному списку системних перетинів або контрольованих шин [1, 2]. Основним обмеженням такого підходу є те, що всі інструменти аналізу стійкості працюють виключно зі списком наперед заданих перетинів.

Такий підхід десятиліттями використовується у більшості ЕС через те, що режими ЕС були досить сталими, і структура мереж змінювалася дуже повільно. Поява частих змін у системі та електричних режимах, наприклад, через війну або перехід на ринкові відносини, де споживачі можуть щогодинно змінювати постачальників електроенергії, призвело до краху такого підходу. Через що водночас у системі можуть з'являтися нові напружені з точки зору стійкості перетини, відмінні від тих

© Павловський В.В., Лук'яненко Л.М., Гречко В.В., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0002-9158-8377>; ** <https://orcid.org/0000-0003-1749-5209>;

*** <https://orcid.org/0000-0002-7848-2412>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/legalcode.en>

сталих, які контролює оперативно-диспетчерський персонал. Частина із нових перетинів може виявитися більш «слабкими», ніж існуючі за певних режимів роботи. Нові слабкі перетини – це перетини, що істотно впливають на стабільність системи за певних умов, проте не включені до списку контрольованих диспетчерським персоналом перетинів.

Крім того, постійна робота оперативного персоналу виключно з фіксованим переліком перетинів може призвести до зниження їхньої чутливості до нових критичних ситуацій, що, у свою чергу, підвищує ризик втрати уваги до потенційно небезпечних змін у енергосистемі. Ця робота присвячена принципово новому завданню в контексті забезпечення стійкості енергосистем – виявленню нових слабких перетинів в умовах оперативного керування режимами роботи електроенергетичних систем.

«Слабкий» перетин» – це перетин, в якому у разі зміни режиму роботи ЕС раніше, ніж в інших контрольованих перетинах, може бути досягнуто межі пропускної спроможності. Також, на думку авторів, надійне виявлення «слабких» перетинів на ранніх стадіях без знаходження граничних за стійкістю перетоків шляхом покрокового обважнення режимів роботи ЕС виконати майже неможливо. Два основні чинники, що визначають слабкий перетин:

- склад працюючого обладнання і режиму його роботи;
- траєкторії обважнення.

Виходячи з цих міркувань, автори вважають, що надійне виявлення слабких перетинів на ранніх етапах лише аналітичними методами – без обважнення системи – на практиці неможливе.

Одним із ключових обмежень у задачі виявлення слабких перетинів та проведення процедури обважнення режимів роботи ЕС з метою визначення пропускної спроможності перетину є вимоги щодо високої обчислювальної продуктивності. Теоретично за необмеженого часу можна перебрати усі можливі комбінації перетинів (для магістральних мереж ОЕС України це буде приблизно $10^{23} \dots 10^{25}$ комбінацій) і точно виявити слабкі перетини за поточного стану. Проте, в умовах обмеженого часу, і, зокрема, за умов оперативного керування необхідно застосовувати припущення та спрощення, які дають можливість отримати результат у прийнятні часові терміни.

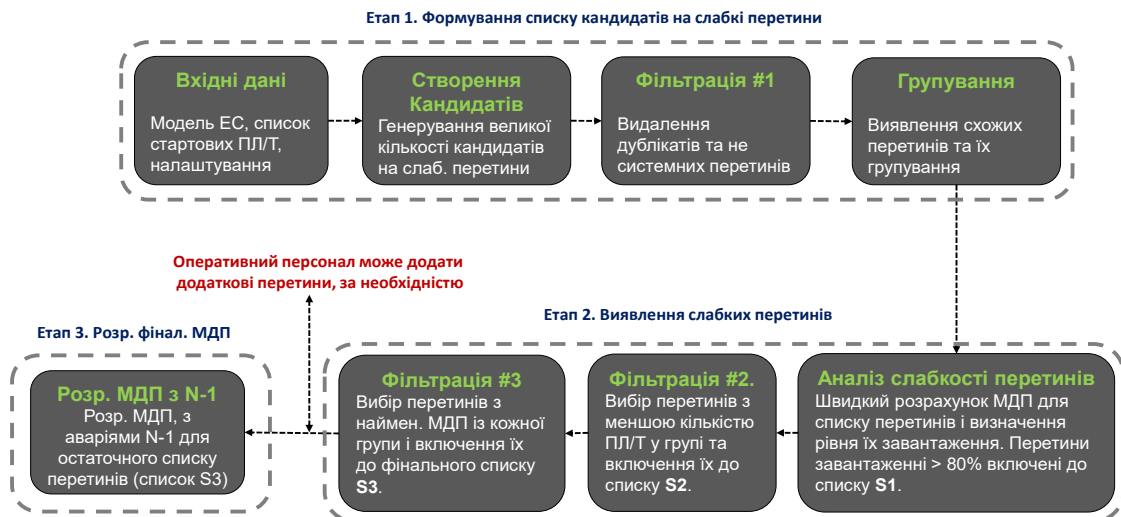
Припущення щодо допустимої швидкодії розрахунків формувалися на основі потенційних сценаріїв використання розроблених підходів. Проведено попередню оцінку необхідної частоти та умов використання засобів для виявлення слабких перетинів. Вважається, що зазвичай ці засоби можуть застосовуватися декілька разів на добу. Частота використання обмежується інтервалами оновлення вхідних даних щодо стану системи та топології мережі. Теоретично можливий пошук нових перетинів щогодини, проте це потребувало б оновлення моделі мережі та аналізу нових перетинів персоналом з тією ж частотою. З технічної точки зору щогодинне виявлення слабких перетинів є цілком реалістичним. Проте основне питання полягає у його доцільності для оперативного персоналу та з точки зору практики експлуатації.

Натомість, обважнення ЕС та визначення МДП для вже виявлених слабких перетинів і заданих диспетчером перетинів пропонується виконувати раз на годину. Така частота обґрунтована тим, що системний стан формується здебільшого щогодини на ринку, і наразі в рамках систем Day Ahead Congestion Forecast/IntraDay Congestion forecast (DACF/IDCF) передбачається 24 планові точки стану на добу. Тому, з урахуванням практичних обчислювальних можливостей ОСП протягом однієї години можливо виконати розрахунок МДП для приблизно 20–30 наперед заданих перетинів з урахуванням критерію $N-1$.

Методологія. На базі наведеного вище визначення слабого перетину та загальних вимог до обчислювального часу розроблено детальну методологію задля виявлення слабких перетинів в ЕС, яку наведено на рис.1. Ця методологія складається з трьох основних етапів:

Етап 1. Формування перетинів-кандидатів на «слабкі перетини». Перший етап присвячений створенню "кандидатів" у слабкі перетини, тобто генеруванню великої кількості перетинів ЕС, які потенційно можуть бути слабкими. Кандидати визначаються за допомогою спеціалізованих алгоритмів, після чого серед них виконується уточнення слабких перетинів. Етап 1 включає чотири основні фази.

Фаза 1.1 – Підготовка вхідних даних. Ця фаза передбачає формування та налаштування вхідних даних, зокрема, моделі ЕС та заздалегідь визначеної підмножини вихідних елементів — зокрема, ліній електропередачі та трансформаторів (за потреби). Цей попередньо визначений список ліній називається "стартові елементи". Алгоритм починає пошук кандидатів у слабкі перетини з кожного стартового елемента, забезпечуючи формування одного кандидата для кожного стартового елемента. Якщо така підмножина не визначена користувачем, то використовуються усі лінії та трансформатори, які присутні в моделі ЕС.



Фаза 1.2 – Створення (генерація) кандидатів. Ця фаза зосереджена на створенні кандидатів задля подальшої ідентифікації слабких перетинів. Для цього можуть застосовуватися методи повного перебору (гарантовані) та евристичні (негарантовані) методи пошуку. Загальні методи повного або часткового перебору забезпечують знаходження усіх можливих варіантів і вибір найбільш оптимального, проте вимагають гігантських обчислювальних ресурсів. Частковий перебір зменшує кількість комбінацій, що підлягають перевірці, але все ще залишається ресурсоемним. Основним недоліком методів перебору є відсутність ефективного напрямку пошуку.

Топологічні методи аналізу (на основі теорії графів) використовують аналіз власних значень (вектор Фідлера) матриці зв'язності мережі. Проте їхнє використання також пов'язане з труднощами: складність у виборі оптимальних вагових коефіцієнтів для елементів мережі; відсутність чіткого переходу від глобального аналізу зв'язності до виявлення конкретних слабких перетинів.

Через зазначені обмеження загальних методів пошуку розроблено евристичний підхід, який базується на знаннях предметної галузі вирішуваної задачі. Цей підхід заснований на аналізі ключових контрольованих параметрів електричного режиму ЕС та включає наступні методи.

Метод dP – аналіз зміни активної потужності, що передається по лінії електропередачі/трансформатору (ПЛ/Т), за вимкненні іншої ПЛ/Т.

Метод dL – аналіз зміни завантаженості ліній та трансформаторів за вимкненні іншої ПЛ/Т;

Метод dA – оцінка зміни різниці кутів векторів напруги між початковими та кінцевими вузлами елементів мережі за вимкненні іншої ПЛ/Т.

Зазначені евристичні методи дають змогу досить ефективно ідентифікувати кандидатів на слабкі перетини без повного перебору варіантів чи складних обчислень графів. Пошук чергового перетину починається з початкового елемента, який вимикається. Якщо після цього система не розділяється електрично, то до перетину додається новий елемент із найбільшим абсолютним приростом контрольованого параметра (dP , dL або dA). Перевірка повторюється до досягнення електричного розділення ЕС на частини. Цей процес триває доки не буде сформовано перетин, що розділяє систему на електрично нез'єднані частини.

Методологія надає можливість сформулювати стільки кандидатів на слабкі перетини, скільки задано стартових елементів, гарантуючи, що кожен стартовий елемент створює одного кандидата. Ймовірність успішного формування перетину зростає, якщо через стартовий елемент проходить ненульовий перетік активної потужності.

Фаза 1.3 – Фільтрація №1: вилучення непридатних кандидатів-перетинів. Ця фаза призначена задля вилучення непридатних кандидатів на слабкі перетини. Після формування великої кількості кандидатів відсікаються несистемні перетини та дублікати перетинів (повністю ідентичні структури). Основним критерієм «системності» перетину є кількість генеруючих електростанцій у межах області (зоні) імпорту перетину. У середніх і великих енергосистемах критерієм системності перетину є наявність щонайменше 2–3 генеруючих вузлів, в той час як для невеликих ЕС вимагається наявність щонайменше 1 генератора в області імпорту перетину. В результаті фільтрації формується скорочений список кандидатів на системні перетини.

Фаза 1.4 – Групування перетинів за подібністю. На попередній фазі було вилучено повністю ідентичні перетини, однак залишилися перетини досить схожі між собою, але з незначними відмінностями. Такі «схожі» перетини передають потужність між подібними частинами ЕС, але можуть використовувати інші сусідні лінії або лінії, які входять до одного й того ж транзиту. Задля виявлення схожих перетинів розроблено спеціальний алгоритм групування, який базується на порівнянні зон експорту й імпорту для кожного із кандидатів-перетинів. Якщо схожість перевищує заданий поріг подібності (експериментально досліджено, що його значення має бути 70–80% однакових елементів областей імпорту перетинів, що аналізуються), перетини вважаються подібними й об'єднуються в одну групу. У результаті виконання цього етапу формуються групи подібних перетинів, кожна з яких містить перетини з близькими значеннями МДП. На етапі 2 буде вибрано по одному представнику з кожної групи подібних перетинів.

В результаті виконання першого етапу сформований структурований список кандидатів у слабкі перетини для подальшого їх оцінювання.

Етап 2 – Оцінка слабкості перетинів. На цьому етапі виконується високошвидкісне обважнення ЕС по кожному із кандидатів на слабкі перетини, що дає змогу оцінити ступінь слабкості кандидатів, сформованих на попередньому етапі. Короткий опис процедури наведено нижче, а деталі – у [3, 4].

Фаза 2.1 – Оцінка слабкості кандидатів на слабкі перетини. Розроблено спеціальний алгоритм та скрипт (*TTC-Online Search*), а також запропоновано відповідні критерії задля визначення слабкості перетину. Скрипт виконує швидке обважнення кандидатів і обчислює їхні значення МДП. Перетини, що не є слабкими за поточної конфігурації мережі та режиму роботи, відкидаються та не застосовуються у подальшому аналізі. Критерій слабкості перетинів базується на порівнянні поточного перетоку активної потужності через перетин (сума перетоків по всіх елементах перетину в поточному електричному режимі) із його МДП в цьому ж режимі. Таким чином, в режимі оперативного керування визначається поточний запас із завантаженості (рівень завантаженості) перетину за активною потужністю. Якщо запас менший за задане порогове значення (за досвідом експлуатації прийнято 20%), то перетин вважається слабким

$$MI_i = \frac{(MДП_i - P_{пер-i})}{MДП_i} \cdot 100\% < 20\%,$$

де MI_i – поточний запас із завантаженості перетину i ; $MДП_i$ – пропускна спроможність i -го перетину; $P_{пер-i}$ – поточний перетік потужності за перетином i (до обважнення).

Якщо $MI_i < 20\%$ (тобто завантаження перетину $> 80\%$ по відношенню до МДП), такий перетин вважається слабким. Порогове значення «слабкості» перетину залежить від ЕС і може варіюватися від 5 до 20%. Також чим жорсткіші вимоги до слабкості перетинів, то тим менше слабких перетинів знайде алгоритм. При цьому МДП розраховується з урахуванням регламентованих запасів за стійкістю [5]. Деталі розрахунку МДП стисло наведені у наступному розділі та в [4].

Фази 2.2 та 2.3 (Фільтр №2 і №3). Ці фази спрямовані на вилучення схожих перетинів і формування фінального списку дійсно слабких перетинів. Зокрема, на Фазі 2.2 алгоритм обирає перетини з меншою кількістю ліній у межах кожної групи схожості. Далі серед останніх відбираються перетини з мінімальним запасом МДП (Фаза 2.3), які й потрапляють у фінальний список слабких перетинів.

В результаті виконання Етапу 2 формується фіналізований список слабких перетинів з врахуванням їхнього поточного завантаження та з мінімальною кількістю ПЛ у складі перетинів.

Етап 3 – Розрахунок МДП з урахуванням аварійних сценаріїв. Цей етап присвячений повномасштабному обважненню виявлених слабких перетинів з урахуванням критерію $(N-1)$. Також до автоматично сформованого списку слабких перетинів оперативний персонал може додати додаткові (контрольовані) перетини. На відміну від попереднього етапу Етап 3 включає повний аналіз «слабких» перетинів із урахуванням відмов ключових елементів ЕС (ліній і трансформаторів), які формуються автоматично для кожного із обраного перетину. Ремонтні схеми при цьому не враховуються, оскільки обважнення перетинів виконується в режимі оперативного керування. Траєкторії обважнення та список аварійних сценаріїв формуються автоматично для кожного заданого перетину індивідуально.

У результаті виконання Етапу 3 оперативний персонал отримує допустимі значення МДП для слабких перетинів, а також для тих, що додані вручну, з урахуванням аварійного вимкнення одного елемента (сценаріїв $N-1$). Запропонована методика реалізована у вигляді спеціалізованих скриптів у середовищі DlgSILENT PowerFactory.

Розрахунок МДП в режимі оперативного керування. З урахуванням вимог до ефективності методів, що застосовуються в режимі оперативного керування, виникає потреба у подальшому розвитку та розширенні вищезазначених підходів задля вирішення задач автоматичного аналізу стійкості в онлайн-режимі [4]. У зв'язку з цим вдосконалено метод обважнення енергосистем в умовах оперативного керування. Зокрема, основні покращення включають:

- автоматизацію всіх процесів розрахунку МДП: зокрема, автоматичне формування траєкторій обважнення, автоматизований аналіз аварійних сценаріїв $N-1$ окремо для кожного перетину, автоматичне визначення параметрів перетину (МДП, АДП та граничний перетік);
- обмеження глибини розрахунків режимів лише одним елементом, що вимикається (аналіз на «глибину» $N-1$);
- масштабування інструментів, що дає змогу прискорити обчислення за рахунок використання додаткових робочих станцій і забезпечити паралельне виконання процесів.

Традиційно під час моделювання режимів роботи ЕС процедура обважнення здійснюється за допомогою покрокового перерозподілу активної потужності. В офлайн-режимі вибір розміру кроку обважнення є прямолінійним, зазвичай встановлюється невелике постійне значення, яке забезпечує необхідну точність розрахунків. Проте для режиму оперативного керування було запропоновано метод адаптивного регулювання розміру кроку обважнення, який динамічно підлаштовує крок обважнення для кожного конкретного перетину. Зокрема, початковий крок встановлюється на рівні 1–2% від сумарної термічної пропускної спроможності ліній електропередачі та трансформаторів, що входять до складу відповідного перетину.

Крім того, Скрипт обважнення здатен автоматично ідентифікувати зони імпорту та експорту, а також усі пов'язані з ними елементи (генератори, лінії, трансформатори, навантаження). Виходячи з визначених зон імпорту/експорту та використовуючи заздалегідь задані правила та методики, виконується автоматизоване формування траєкторій навантаження, як це показано на рис. 2.

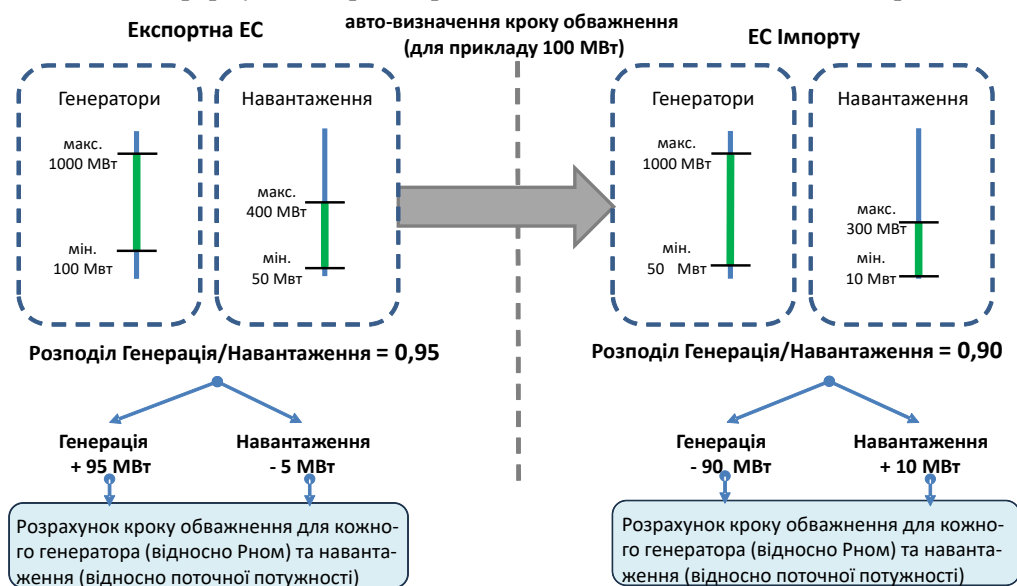


Рис. 2

Методологія автоматизованого формування траєкторії обважнення для кожного перетину складається з наступних кроків.

1. Визначення загального кроку обважнення для i -го перетину.
2. Ідентифікування елементів енергосистеми, що входять до зон імпорту та експорту i -го перетину. Застосування попередньо визначених критеріїв фільтрації задля видалення надто потужних або малих генераторів та навантажень. Цей процес фільтрації може адаптуватися до певної ЕС.
3. Розподіл загального кроку обважнення між конкретними групами генераторів і навантажень у зонах імпорту та експорту згідно з заданими коефіцієнтами розподілу. Цей крок визначає загальну зміну потужності для кожної групи генератор/навантаження.
4. Розподіл загального кроку обважнення між конкретними генераторами та навантаженнями пропорційно до їхньої встановленої/активної потужності (для генераторів) та поточного навантаження (для споживачів).

Цей підхід забезпечує користувачам (оперативному персоналу) гнучкі налаштування задля автоматизованого створення траєкторій обважнення, реалізуючи узгодженість побудованих траєкторій з практикою оперативного керування.

У загальному випадку під час визначення МДП розглядаються три критерії [3]: статична стійкість (запас за активною потужністю), стійкість за напругою та термічне переобтяження обладнання, як показано на рис. 3, де ліва та права частини рисунку стосуються нормальної та аварійної схем мережі відповідно (порогові значення вказаних критеріїв стійкості відрізняються за умов нормальної та аварійної експлуатації).

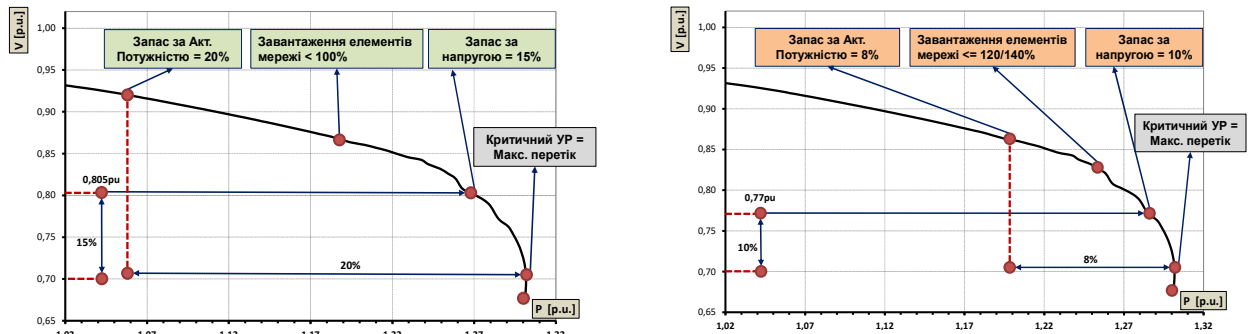


Рис. 3

Додатковим критерієм стійкості, що набуває особливого значення в умовах складних режимів роботи ЕС, є врахування точки біфуркації PV кривої. Ілюстрацію використання PV кривих показано в [4]. Використання PV кривих дає змогу ідентифікувати ситуації, де зміна знаку визначника матриці Якобі, що використовується в методі Ньютона-Рафсона розв'язання нелінійних алгебраїчних рівнянь, які описують усталений режим роботи ЕС (традиційний підхід до визначення граничних режимів), не співпадає із станом, де система втрачає стійкість. Це особливо актуально під час розрахунку МДП перетинів з урахуванням складних графіків ремонтів і аварійних сценаріїв. Коли враховується точка біфуркації PV -кривої, скрипт фіксує зміну знаку похідної і припиняє подальше обважнення. Граничне значення активної потужності, що відповідає фактичній межі стійкості системи, в такому випадку визначається більш коректно, ніж за традиційним критерієм збіжності ітераційного процесу розв'язання рівнянь усталеного режиму та забезпечує більш точну оцінку обмежень енергосистеми за умовами збереження статичної стійкості.

Розроблений підхід до визначення меж статичної аперіодичної стійкості ґрунтується на виконанні всіх необхідних розрахунків задля застосування у режимі оперативного керування ЕС. Основною особливістю підходу є неперервний або циклічний аналіз. Розрахунки обважнень та МДП виконуються по мірі надходження нових оперативних даних або навіть в циклічному режимі в реальному часі.

Крім того, на відміну від попередньо підготовлених інструкційних матеріалів для диспетчерів, представлений підхід враховує фактичний стан мережі в режимі оперативного керування, що дає змогу точніше визначити допустимі перетоки активної потужності через контрольовані перетини. У підсумку, хоча такий підхід підвищує гнучкість і адаптивність керування енергосистемою у реальному часі, він також накладає обмеження на складність моделі та обчислювальне навантаження.

Результати розрахунків. Проведено масштабні тестування та розрахунки на реальних даних (поточна схема магістральних електричних мереж ОЕС України) із використанням розробленого програмного забезпечення (ПЗ) задля виявлення слабких перетинів. Одержані результати показали високу ефективність застосування цього ПЗ в поточних непростих умовах роботи національної ЕС України. Проте, через обмеження обсягу статті та з міркувань конфіденційності у військовий час, результати наведені для іншої, проте досить великої тестової ЕС – Synthetic Texas Transmission Grid [6]. Модель Texas Grid – це публічно доступна синтетична модель з 2000 вузлів, що представляє магістральні мережі штату Техас (США). Модель було вперше опубліковано Техаським університетом A&M [6], графічне представлення цієї моделі наведено на рис. 5.

Таким чином, виконано повний цикл розрахунків з виявлення слабких перетинів для Texas Grid Model. Отримані результати проаналізовано та представлено в поєднанні з етапами розробленої методології. Огляд етапів, які входять до процесу виявлення слабких перетинів, наведено на рис. 4.

На початковому етапі було згенеровано 356 кандидатів у слабкі перетини (Фаза 1.2). Після фільтрації (Фаза 1.3) залишилось 148 системних унікальних кандидатів у слабкі перетини. Далі до

усіх цих 148 кандидатів застосовано процедуру швидкого обважнення, під час якої визначено значення їхнього МДП в умовах оперативного керування. Результати обважнення показали, що лише 24 перетини мають рівень завантаження понад 80% (Фаза 2.1 – Оцінка слабкості). Повний перелік слабких перетинів наведено у табл. 1.

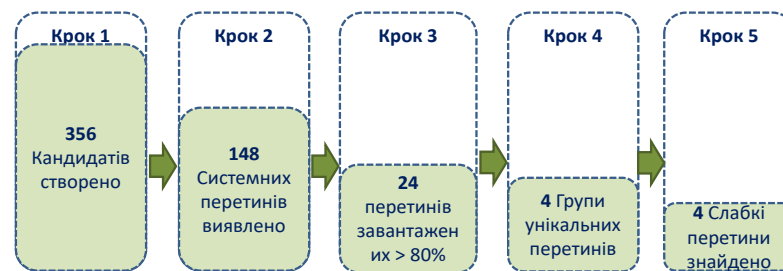


Рис. 4

Таблиця 1

№	Перелік кандидатів у слабкі перетини	Перетік акт. потуж., МВт	МДП, МВт	Завантаж, %	Групування	Кількість ПЛТ у складі перетину
1	dL lne 1079 3048 1	1365,0	1682	81%	4	10
2	dL lne 3048 5045 1	3998,7	4858	82%	37	14
3	dL lne 5021 5413 1	4991,6	5790	86%	37	18
4	dL lne 5045 5120 1	3898,2	4531	86%	37	15
5	dL lne 5045 5260 1	3820,4	4630	83%	37	14
6	dL lne 5260 5317 1	5966,1	6770	88%	37	16
7	dL lne 5317 5401 1	5972,7	6946	86%	37	20
8	dP lne 3046 3082 1	4047,3	4778	85%	37	17
9	dP lne 3048 5045 1	4302,7	4953	87%	37	12
10	dP lne 3048 5394 1	4080,5	4685	87%	37	13
11	dP lne 5021 5479 1	6294,8	7159	88%	37	15
12	dP lne 5045 5120 1	4177,4	4868	86%	37	13
13	dP lne 5317 5401 1	6071,7	7103	85%	37	19
14	dL lne 5015 5361 1	6459,2	7467	87%	44	20
15	dL lne 5196 5204 1	5262,0	6084	86%	44	19
16	dL lne 5204 5361 1	5282,2	6184	85%	44	20
17	dP lne 5015 5063 1	6240,5	7163	87%	44	16
18	dP lne 5015 5361 1	7417,5	8446	88%	44	16
19	dP lne 5018 5055 1	5253,0	6034	87%	44	14
20	dP lne 5018 5236 1	5163,1	5986	86%	44	13
21	dP lne 5021 5413 1	5663,0	6468	88%	44	14
22	dP lne 5055 5196 1	5414,0	6206	87%	44	14
23	dP lne 5196 5204 1	5523,4	6329	87%	44	15
24	dP lne 5021 5401 1	6132,4	7183	85%	59	20

Серед знайдених 24 системних слабких перетинів (табл. 1) виявлено лише 4 унікальні групи перетинів. Ці унікальні групи виділені різними кольорами в табл. 1 (групи 4, 37, 44 та 59). З кожної групи відібрано найслабші з перетинів – це ті, що мають мінімальний МДП та найменшу кількість ліній у їхньому складі (Фаза 2.2 та 2.3). В результаті виконання Етапів 1 та 2 виявлено 4 слабкі перетини. Один з цих слабких перетинів, завантажений більше, ніж на 87% (позначений червоним кольором в табл. 1), графічно показаний на рис. 5.

Остаточні розрахунки з аналізу виявлених слабких перетинів було виконано на Етапі 3, де проведено розрахунки МДП з урахуванням аварій N-1. Розроблений Скрипт повністю автоматизує розрахунки N-1, автоматизовано генеруючи аварійні ситуації для обраних слабких перетинів на основі ліній та трансформаторів, що утворюють ці перетини. Розрахунок МДП для найбільш навантаженого перетину з урахуванням аварійних ситуацій наведено у табл. 2.

Усі розрахунки для наведеної тестової моделі Texas Grid, включаючи створення 356 кандидатів у слабкі перетини, їх групування та фільтрацію, обчислення МДП для 148 перетинів та оцінка їхніх обмежень зайняло приблизно 2,5 години на ноутбуку середнього класу обчислювальної продуктивності. Використовуючи більш потужний ПК і реалізуючи паралельні обчислення, цей процес мо-

жна виконати менш ніж за одну годину. Виявлений в заданому режимі перетин завантажений на 87% від розрахованої межі стійкості і відноситься до слабого та вимагає першочергової уваги від диспетчерів енергосистеми. При цьому слід зазначити, що лінії, які входять до складу виявленого перетину, завантажено лише на 60-65% максимуму їх термічної стійкості. Це підкреслює важливість виявлення саме слабких за стійкістю перетинів.

Таблиця 2

Перетин	Аварії N-1	Початковий перетік акт. потуж. за перетином, МВт	МДП, МВт	Завантаження перетину, %
dP_line_3048_5045_1	Без аварій	4307	4953	87%
	line 3048 5045 1	4303	5534	78%
	line 3048 5045 2	4303	5534	78%
	line 3048 5120 1	4304	5526	78%
	line 5236 5394 1	4307	5468	79%
	line 2017 2096 1	4290	5434	79%
	line 3050 4014 1	4301	5532	78%
МДП з врахуванням N-1			4953	87%

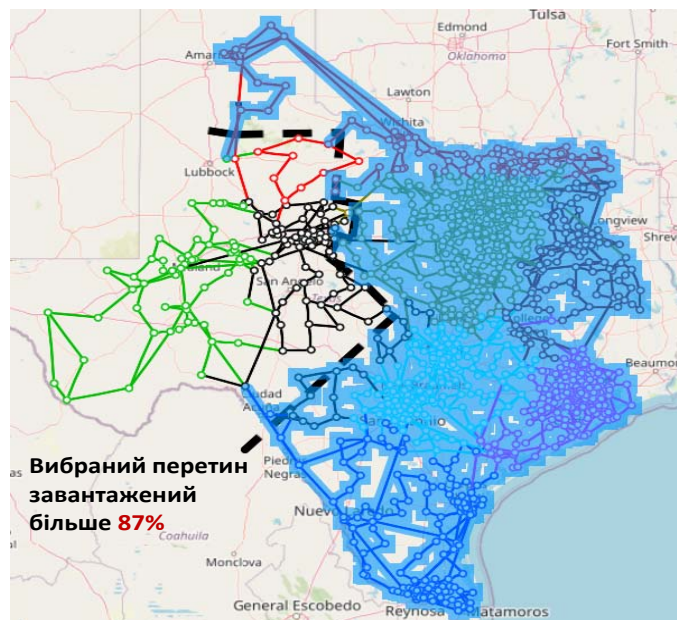


Рис. 5

Висновки. Основним обмеженням традиційних підходів є те, що інструменти аналізу стійкості працюють виключно із заздалегідь визначеним переліком перетинів (концепція контрольованих перетинів). Енергетичні системи в реальних умовах можуть зазнавати швидких і значних змін, що призводить до появи раніше невідомих і можливо слабких перетинів. Запропонований підхід реалізує комплексне рішення для підтримки оперативно-диспетчерського персоналу у забезпеченні стійкості підпорядкованої їм ЕС. Зокрема, розроблено методологію ідентифікації слабких перетинів в реальних ЕС. Ця методологія базується на застосуванні наступних основних етапів:

- Етап 1 – відповідає за генерацію великої кількості кандидатів на слабкі перетини;
- Етап 2 – призначений для оцінки «слабкості» перетинів-кандидатів і формування короткого списку дійсно слабких перетинів;
- Етап 3 – фінальна експрес-оцінка слабких перетинів в режимі оперативного керування ЕС з урахуванням аварійних сценаріїв (N-1).

Ефективність запропонованої методології та відповідних алгоритмів перевірено як для ОЕС України з врахуванням реальних умов її експлуатації, так і для різних тестових схем. Результати для великої тестової мережі (2000 вузлів), представлені в цій роботі, продемонстрували, що система спочатку визначила 356 кандидатів на слабкі перетини. Після фільтрації, групування та виключення «не-слабких» перетинів розроблений підхід успішно виявив чотири дійсно слабких перетини, для яких було здійснено детальний аналіз.

Додатково розроблений підхід може забезпечити автоматизовану оцінку заданого (оперативним персоналом) переліку перетинів в режимі оперативного керування, тобто зі швидкістю розрахунку, придатною для диспетчерської роботи. Розроблений інструмент надає можливість розраховувати МДП для 10 завчасно заданих перетинів, враховуючи $N-1$ умов, протягом приблизно 10-30 хвилин на одній робочій станції (в залежності від розміру перетинів та енергосистеми). Швидкодія розробленого підходу може бути підвищена за рахунок використання високопотужних серверів та переходу до паралельних обчислень. Подальші дослідження планується скерувати в напрямку вирішення проблеми досяжності запропонованого алгоритму та в практичному аспекті – в напрямку інтеграції розробленого ПЗ з іншими системами SCADA та оцінки стану.

1. Savu C. Savulescu. Real-Time Stability assessment in modern power system control. Centers. John Wiley & Sons, 2009. 425 p.
2. Буткевич О.Ф., Левконюк А.В., Рибіна О.Б. Моніторинг запасів статичної стійкості енергосистеми на базі виміру вектора напруги. *Технічна електродинаміка*. 2012. № 2. С. 23–54.
3. Кириленко О.В., Павловський В.В., Лук'яненко Л.М., Ущатовський К.В., Зайченко В.Б. Уточнення допустимих перетоків потужності за контрольованими перетинами в режимі оперативного керування (on-line). *Технічна електродинаміка*. 2013. № 2. С. 75–84.
4. Pavlovsky V., Lukianenko L., Zakharov A., Prykhodko A. Grids Transfer Capacity: Calculation Methodology and Features. Chapter in the book: Power systems research and operation. Selected problems. Springer, 2022. 180 p. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-82926-1_7.
5. СОУ-Н МЕВ 40.1-00100227-68:2012 Стійкість енергосистем. Керівні вказівки. К.: Міністерство енергетики та вугільної промисловості України, 2012.
6. Texas A&M University URL: <https://electricgrids.engr.tamu.edu/> (дата доступу 13.06.2025).

IDENTIFICATION OF WEAK INTERFACES DURING OPERATING CONTROL OF POWER SYSTEMS

V.V. Pavlovsky, L.M. Lukianenko, V.V. Hrechko

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,

56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine, e-mail: lukianenko.lukian@gmail.com.

This article presents an approach for the fast online identification of weak interfaces in large transmission power systems (PS). Ensuring the stability of a PS is a critical challenge, especially due to the increasing complexity of interconnections and the growing demand for efficient energy transmission. One of the key factors affecting system stability is the reliable operation of critical interfaces, which can be compromised due to excessive or unforeseen power flows. An in-depth analysis of weak interface identification are provided. The specific methodology that enables real-time monitoring and detection of weak interfaces, ensuring that power system operators can take timely corrective actions has been developed. The proposed approach is based on analysing electrical distances, load distributions, and system stress points, allowing for improved control over power flow stability. Additionally, the study highlights the impact of weak interfaces on system reliability, emphasizing their role in preventing cascading failures. The findings contribute to the field of power system management, offering practical solutions for improving the reliability and operational efficiency of large-scale transmission grids. Future research directions may include further refinements of weak interface detection algorithms and the integration of artificial intelligence-based predictive models for enhanced grid stability assessment. References 6, tables 2, figures 5.

Key words: Power System Stability, Weak interface, Total Transfer Capacity, Automation, Real-time calculations.

1. Savu C. Savulescu. Real-Time Stability assessment in modern power system control. Centers. Published by John Wiley & Sons, 2009. 425 p.
2. Butkevych O.F., Levkoniuk A.V., Rybina O.B. Power system steady-state stability margin's monitoring based on voltage phasors' measurements. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2012. No 2. Pp. 23–54. (Ukr)
3. Kyrylenko O.V., Pavlovskiy V.V., Lukianenko L.M., Ushchapovskiy K.V., Zaichenko V.B. On-line redetermination of the total transfer capacity of supervised interfaces. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2013. No 2. Pp.75–84. (Ukr)
4. Pavlovsky V., Lukianenko L., Zakharov A., Prykhodko A. Grids Transfer Capacity: Calculation Methodology and Features. Chapter in the book: Power systems research and operation. Selected problems. Springer, 2022. 180 p. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-82926-1_7.
5. SOU-N IEC 40.1-00100227-68:2012 Power system stability. Guidelines. Kyiv: Ministry of Energy and Coal Industry of Ukraine, 2012. (Ukr)
6. Texas A&M University URL: <https://electricgrids.engr.tamu.edu/> (accessed at 13.06.2025).

Надійшла 23.06.2025

Прийнята 18.12.2025

ТЕРМІЧНА СТІЙКІСТЬ ВИСОКОВОЛЬТНОЇ ПІДЗЕМНОЇ КАБЕЛЬНОЇ ЛІНІЇ В АВАРІЙНИХ УМОВАХ ПЕРЕВАНТАЖЕННЯ І КОРОТКОГО ЗАМИКАННЯ

А.А. Щерба^{1*}, академік НАН України, О.Д. Подольцев^{1**}, докт. техн. наук,
І.М. Кучерява,¹ докт. техн. наук, Т.Ю. Антоненко^{2***}, канд. техн. наук

¹Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна,

e-mail: podol@ied.org.ua.

² ПАТ «Завод «Південкабель»,
вул. Автогенна, 7, Харків, 61099, Україна.

Роботу присвячено отриманню нових даних у галузі кабельної техніки шляхом вивчення роботи сучасної високовольтної кабельної лінії в аварійних режимах задля забезпечення надійності і ресурсу функціонування. З використанням скінченно-елементного аналізу досліджено температурні режими підземної трифазної кабельної лінії з кабелями зі зшито-полімерною ізоляцією напругою 110 кВ в номінальному режимі та в аварійних режимах короткого замикання і короткочасного перевантаження кабелів. Розв'язано ряд практично важливих задач, що виникають під час проектування таких кабельних ліній, зокрема проведено розрахунок режиму трифазного КЗ в лінії з урахуванням її повторного включення після КЗ з певним часом витримки (5, 10 та 15 с) та за різного навантаження – 50% і 100% від номінального струму. Результати дають змогу визначити допустимий час роботи лінії з температурою жил кабелів не вище допустимого граничного значення. Досліджено характер зростання у часі температури кабелів за різного струмового перевантаження, що змінюється в діапазоні від 120% до 200%. Результати дають можливість визначити допустимий час роботи лінії, коли температура жили кабелів не перевищує 130°C. У випадку дволанцюгової кабельної лінії наведено результати розрахунку нестационарного теплового процесу в аварійному режимі пошкодження одного ланцюга та передавання подвійної потужності іншим ланцюгом. Показано, що гранична температура жили 130°C досягається після 1,3 години роботи такої лінії. Розв'язані в роботі задачі дають змогу отримати відповіді на питання щодо термічної стійкості високовольтної кабельної лінії в аварійних режимах і представляють інтерес для проєктувальників таких ліній, організацій, відповідальних за їхню безпечну експлуатацію, електроенергетичних компаній для більш ефективного використання кабельних ліній. Бібл. 36, рис. 5, табл. 2.

Ключові слова: кабелі зі зшито-полімерною ізоляцією, кабельна лінія, аварійний режим, температурні режими, час роботи кабелю в безпечному режимі.

На даний час у лініях електропередачі високої та надвисокої напруги (зокрема 110 кВ і більше) широко використовуються силові кабелі з ізоляцією зі зшитого поліетилену (ЗПЕ). Така ізоляція має високу електричну міцність і пластичність, низькі діелектричну проникність і тангенс кута діелектричних втрат. Її електрофізичні характеристики можуть залишатися стабільними у разі підвищення температури на 30% і більше. Однак надійність і тривалість служби ЗПЕ ізоляції кабелів багато в чому залежить від умов експлуатації [1, 2].

Під час прокладання кабелів у землі важливими є розташування кабелів у лініях, характеристики навколишнього середовища (засипного ґрунту в траншеї та природного ґрунту навколо неї), дотримання електричних і теплових режимів роботи. Перевищення температури елементів кабелів вище за встановлені норми призводить до прискореного старіння ізоляції, що є причиною зниження її електричної міцності [1, 3]. Особливо важливо це враховувати для високовольтних кабельних ліній (КЛ). Зазначимо, що в Україні переважно використовуються високовольтні силові кабелі із ЗПЕ ізоляцією на напругу до 330 кВ [1, 4–7], зокрема в [6] детально представлено особливості і характеристики кабелів на напругу від 220 до 330 кВ.

Установлено нормативи щодо електричних і теплових характеристик силових кабелів [2, 5], зокрема допустима температура нагріву жил у разі тривалій експлуатації – 90°C; максимально

© Щерба А.А., Подольцев О.Д., Кучерява І.М., Антоненко Т.Ю., 2026

ORCID: *<https://orcid.org/0000-0002-0200-369X> ; ** <https://orcid.org/0000-0002-9029-9397> ;

*** <https://orcid.org/0009-0007-2388-2252>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

припустима температура жил кабелів під час короткого замикання (КЗ) – 250°C; гранично допустима температура екрана у разі КЗ – 350°C; допустима температура жил в режимі перевантаження – до 130°C; тривалість роботи кабелів у перевантаженні – не більше 8 годин на добу і до 1000 годин за термін служби. Номінальний переріз струмопровідних жил та екранів обирається в залежності від струмових навантажень і перевіряється за припустимими струмом жили та її струмом під час КЗ [5]. До того ж, для практичних прокладань КЛ розраховані й уточнюються поправочні коефіцієнти, наприклад, для перерахунку струмів залежно від розміщення кабелів, температури оточуючого середовища, характеристик ґрунту для підземних кабелів [2, 5].

Визначення температури кабелів у конкретному випадку практичного застосування передбачає врахування умов експлуатації та режиму роботи (нормального або аварійного у разі перевантаження або КЗ), а також є важливою складовою забезпечення надійності та встановленого терміну служби кабельних ліній внаслідок того, що їхній перегрів може призводити до пошкодження ізоляції та виходу кабелів з ладу. Температура впливає не тільки на допустимий струм жили, але й на втрати потужності.

З відміченого вище випливає також задача визначення допустимих струмових навантажень (значень максимального струму жили кабелю), у разі яких кабель працює без перегріву в різних умовах. Розрахунок тривало допустимого струму кабелів і втрат регламентується міжнародним стандартом МЕК [8], що діє і в Україні [9]. Основи комп'ютерного моделювання та підходи до розв'язання мультифізичних електромагнітних і теплових польових задач представлено в [10, 11].

Особливості роботи кожної конкретної кабельної лінії в характерних режимах роботи, в тому числі й аварійних, виявляються протягом достатньо довгого строку експлуатації та потребують додаткового вивчення теплових стаціонарних і нестаціонарних процесів, врахування змінення температури кабелів, а отже і вироблення практичних заходів щодо коректування струмових навантажень з метою стабільного і довготривалого функціонування кабельної лінії.

Метою роботи є отримання нових даних відносно роботи високовольтних кабелів у аварійних режимах шляхом кількісного дослідження за допомогою комп'ютерного моделювання теплового поля і температурних характеристик діючої підземної кабельної лінії із ЗПЕ ізоляцією на напругу 110 кВ у таких режимах роботи, як номінальний режим, струмові перевантаження і КЗ, та їх порівняння із існуючими нормативними характеристиками.

Розв'язані в роботі задачі виявилися в процесі тривалого (впродовж 10 років) функціонування високовольтної КЛ в Україні та представляють науковий і практичний інтерес як для виробників кабелів, так і для експлуатуючих організацій.

Досліджувана трифазна кабельна лінія складається з одножилних кабелів марки ПвЕгаПу 1 х 500 / 95(150) з мідною жилою перерізом 500 мм² і мідним екраном по жили, має поздовжню і поперечну герметизацію екрана водоблокуючим полотном та посилену поліетиленову оболонку [5]. Переріз мідного екрана за умовами виробника може становити 95 мм² або 150 мм². Кабелі прокладені трикутником в ґрунті у траншеї на заданій глибині 1,5 м (рис. 1, а). Трифазна система кабелів розглядається за ідеалізованою моделлю трьох кабелів зі збалансованими струмами, без врахування кабельних аксесуарів та муфт.

Моделювання проводиться чисельним методом скінчених елементів у програмі Comsol [12]. У залежності від поставлених задач чисельно розраховується та досліджується двовимірне стаціонарне або нестаціонарне температурне поле в перерізі КЛ з урахуванням механізму теплопровідності. Конвективний та променистий механізми теплообміну не розглядаються. Усі характеристики кабелів та вихідні дані для розрахунків обумовлено виробником і відповідають КЛ, що довгий час (10 років) знаходиться в експлуатації.

Обґрунтування підходу до дослідження. Надзвичайно важливо забезпечити роботу силових кабелів у межах теплових меж, щоб не ставити під загрозу їхню безпечну експлуатацію. Допустимий струм кабелів можна розрахувати, застосовуючи метод, детально описаний у стандарті МЕК 60287 [8]. Однак цей стандарт надає лише формули для визначення номінального струму або максимально допустимого струму в стаціонарних умовах та максимального підвищення температури, але не враховує рівняння теплопередачі (на відміну від стандарту ІЕС 60287-2-1:2023 [13], що застосовується для різних умов прокладання кабелів до 5 кВ, в тому числі і в землі). Це ж стосується і стандарту МЕК 60853 [14], який пропонує методи визначення циклічних та аварійних номінальних струмів силових кабелів, але не надає можливості визначення змінення їхньої температури. Стандарт МЕК 60986 [15] стосується меж

температури КЗ кабелів, надає таблиці з максимально допустимими температурами КЗ для обмеження нагріву, але не дає можливості визначити змінення температури кабелю в часі.

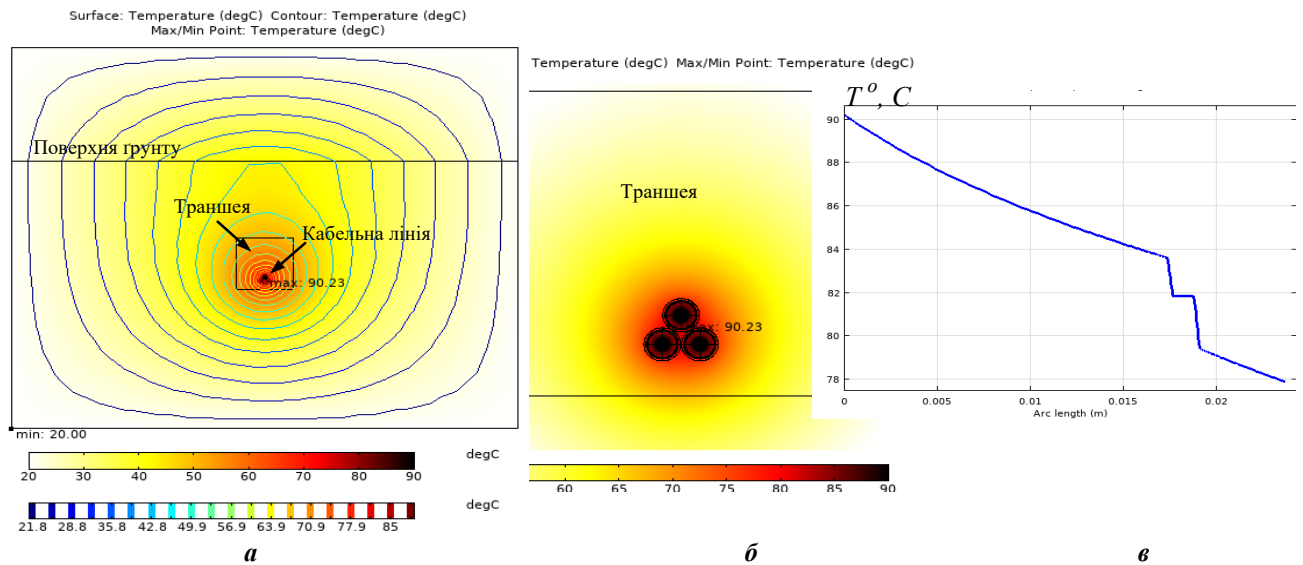


Рис. 1

Розрахунки номінального струму силових кабелів вимагають визначення температури елементів структури кабелю для заданого струму або знаходження допустимого струму для заданої температури кабелю [16]. Такі розрахунки передбачають визначення джерел тепла і його розсіювання за межі кабелю, що залежить від рівня струму, розмірів кабелю, способу прокладання. За такого підходу необхідно розв'язувати рівняння теплопровідності, застосовуючи числові методи [16].

Для чисельних розрахунків широко використовуються дво- та тривимірні методи аналізу скінченних елементів [17–20], що визнано потужним і реалістичним підходом до розв'язання електромагнітних і теплових задач для енергетичних систем [21]. Наприклад, міжнародний стандарт IEC TR 62095 [16] пропонує застосовувати методи скінченних елементів, коли методи, представлені в МЕК 60287 (стаціонарні умови) та МЕК 60853 (циклічні умови), не можуть бути застосовані.

У загальному сенсі існують різні підходи до розрахунку температури силових кабелів із ЗПЕ ізоляцією в номінальному та аварійних режимах. Найбільш відомими є використання 1) аналітичних виразів [22], 2) теплових еквівалентних кіл (або електротеплових аналогів) [10, 23–25] та 3) скінченно-елементного аналізу [1, 10, 11, 26].

Як зазначено вище, аналітичні методи не дають можливості детально аналізувати змінення температури в залежності від часу протікання аварійного процесу. Моделювання теплових процесів у кабельних лініях на основі теплових схем заміщення, як, наприклад, у режимі трифазного КЗ у навантаженні [10], передбачає використання достатньо непростих моделей MatLab/Sumilink, разом з тим надаючи можливості розрахунку сумісних електромагнітних і теплових процесів у КЛ. Найбільш широко використовуваним для комплексних стаціонарних і нестаціонарних розрахунків теплових процесів на основі рівняння теплопровідності залишається комп'ютерне моделювання за допомогою методу скінченних елементів, що і обрано інструментом дослідження в даній роботі.

Основні сучасні методи та підходи до визначення експлуатаційних характеристик КЛ високої напруги, у тому числі допустимого струмового навантаження кабелів, представлено в роботах [27–29].

Подальша розробка та удосконалення методів оцінки теплової стійкості кабельних ліній має практичне значення для електроенергетичної галузі.

Математичні моделі для розрахунку теплових процесів в КЛ. Комп'ютерне моделювання температурного поля виконується в двовимірному випадку в припущенні, що КЛ є протяжною і розміщена паралельно поверхні ґрунту на заданій глибині; умови прокладання незмінні по всій довжині кабельної траси. Крім того, приймається, що земля навколо траншеї і засипний ґрунт у траншеї однорідні по всій глибині. У більш загальному випадку фізичні властивості ґрунту неоднорідні внаслідок того, що зазнають змін під час функціонування КЛ, а також під дією погодних факторів. Джерелами нагріву є електричні струми, що протікають в жилах і наводяться в екранах кабелів.

Стационарне температурне поле. Розподіл двомірного температурного поля в області перерізу кабельної лінії в стаціонарному режимі роботи описується диференціальним рівнянням теплопровідності

$$-\nabla \cdot (\lambda \nabla T) = Q, \quad (1)$$

де λ – теплопровідність відповідного матеріалу; Q – густина потужності діючих в області теплових джерел, до яких відносяться джоулеве тепло, що виділяється в провідниках струмопровідних жил кабелів і втрати від струму в мідному екрані кожного кабелю.

Потужність питомого тепловиділення в елементах розрахункової області обчислюється наступним чином:

$$Q = \begin{cases} J_{\text{ж}}^2 / \sigma_{\text{ж}} & \text{у жилах;} \\ J_{\text{е}}^2 / \sigma_{\text{е}} & \text{в екранах;} \\ 0 & \text{в інших елементах кабелів і підобластях.} \end{cases} \quad (2)$$

Тут $J_{\text{ж}}$, $J_{\text{е}}$ – відповідно діючі значення густини струму в жилах та екранах кабелів; $\sigma_{\text{ж}}$, $\sigma_{\text{е}}$ – електропровідність матеріалів жил та екранів, яка змінюється залежно від температури [30, с. 315].

Втрати енергії в електричній ізоляції в (2) не враховуються. Вони можуть бути обчислені за результатами роботи [31].

Нестационарне температурне поле визначається за рівнянням

$$C\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) = Q, \quad (3)$$

де C і ρ – питома теплоємність і густина матеріалу відповідного елемента. Температурні залежності $\lambda(T)$, $C(T)$ для поліетилену представлено в [32]. Залежності $\lambda(T)$, $C(T)$, $\rho(T)$ для міді надано в [33]. Потужність тепловиділення Q в (3) визначається за формулою (2).

Розміри розрахункової області обираються значно більшими за розміри кабелів (рис. 1, а), тому граничними умовами на всіх зовнішніх границях є умова, що температура на цих границях дорівнює заданій температурі навколишнього середовища $T = T_0 = 20^\circ\text{C}$. Початкова температура в розрахунковій області також дорівнює температурі навколишнього середовища – $T|_{t=0} = T_0$.

Результати комп'ютерного моделювання. Схему траншейного прокладання кабелів показано на рис. 1 а, б. Розрахункова область вміщує модель трифазної кабельної лінії в траншеї зі спеціальним засипним ґрунтом і природним ґрунтом навколо.

Будову кабелю, що досліджувався, показано на рис. 2. Основні характеристики цієї кабельної лінії з різними площами перерізу екрана (95 і 150 мм²) представлено в табл. 1. Екрани кабелів в лінії заземлені з обох сторін. Опір заземлювачів у розрахунках не враховується.

У табл. 1 наведено характеристики кабелю ПвЕгаПу 1 х 500 та кабельної лінії на його основі, а також значення струму є даними виробника відповідно до стандарту МЕК 60287 [8] і вихідними умовами для розрахунків. Опори жили та екрана кабелю у табл. 1, 2 представлено для частоти 50 Гц і максимальної робочої температури жили 90⁰С. Змінення характеристик ґрунту навколо кабелів не враховується, хоча в дійсності його термічний опір та теплоємність залежать від складу самого ґрунту, вмісту вологи, погодних умов, зміни у часі температури [34].



Рис. 2

1. *Перевірка комп'ютерної програми шляхом порівняння температури жили, отриманої за чисельним розрахунком і за стандартом МЕК [8], в якому регламентуються дані, отримані аналітичними методами.* Результати чисельного розрахунку усталеного теплового процесу в кабельній лінії з площею екранів кабелів 95 мм² наведено на рис. 1, а, б, де показано розподіл температурного поля (в кольорі та ізолініями) навколо кабелів (струм жили / екрана – 687 / 154 А, переріз екрана 95 мм²) та змінення температури вздовж радіусу верхнього кабелю від поверхні жили

до зовнішньої точки оболонки (рис. 1, в). Найбільша температура – температура жили – дорівнює 90°C , що в точності відповідає нормам МЕК [8].

Таблиця 1

<i>Геометричні характеристики</i>	
Діаметр кабелю, мм	74
Діаметр жили, мм ²	26,5
Товщина ЗПЕ-ізоляції, мм	15,0
Товщина напівпровідного шару по жилі, мм	1,4
Товщина напівпровідного шару по ізоляції, мм	1,0
Шар водоблокуючого полотна, мм	0,3
Товщина екрана, мм	1,13
Товщина поліетиленової оболонки, мм	4,5
Глибина прокладання кабелів у землі, м	1,5
<i>Електричні характеристики</i>	
Кабель з перерізом екрана 95 мм ²	
Струм у жилі / електричний опір, А / Ом/км	687 / 0,048
Струм в екрані / електричний опір, А / Ом/км	154 / 0,230
Кабель з перерізом екрана 150 мм ²	
Струм у жилі / електричний опір, А / Ом/км	666 / 0,048
Струм в екрані / електричний опір, А / Ом/км	226 / 0,148
Заземлення кабелів	з двох сторін
Частота, Гц	50
<i>Теплові характеристики</i>	
Питомий тепловий опір поліетилену (ізоляції, оболонки, напівпровідних шарів), К·м/Вт	3
Питомий тепловий опір міді (жил, екрана), К·м/Вт	0,0025
Питомий тепловий опір водоблокуючого шару, К·м/Вт	50
Тепловий опір засипного ґрунту, К·м/Вт	1,0
Тепловий опір землі навколо траншеї, К·м/Вт	1,5

Таблиця 2

Площа перерізу екрана S_S , мм ²	Струм, А / опір, Ом/км в жилі	Струм, А / опір, Ом/км в екрані	Максимальна температура, T_{\max}
95	687 / 0,048	154 / 0,23	90,23
150	666 / 0,048	226 / 0,148	90,13

температурного поля в КЛ.

3. *Визначення термічної стійкості кабелю до струмів трифазного КЗ на виході КЛ у разі спрацьовування апарату автоматичного повторного включення (АПН), коли реалізується практичний випадок релейного захисту у разі КЗ кабелів за різного струмового навантаження.* Припускається, що релейний захист відключає зовнішнє КЗ, і далі після певної витримки за часом t_e спрацьовує АПН, і лінія знову підключається до джерела живлення. При цьому можуть бути реалізовані два варіанти: коли лінія після цього працює в штатному режимі або відбувається повторне КЗ. Такі аварійні режими роботи КЛ у мережі передбачають розрахунок термічної стійкості кабелів, що важливо як для проектувальників, так і організацій, що експлуатують кабельні лінії.

На рис. 3 показано змінення в часі температури жили верхнього кабелю в лінії з площею перерізу екрана 150 мм² та за різної тривалості витримки t_b (5, 10, 15 с) після односекундного КЗ і автоматичному повторному включенні КЛ після такої витримки, коли знову відбувається КЗ. Розрахункові результати наведено для двох значень струму в жилах кабелів: а) 50% струм жили (333 А); б) 100% струм жили (666 А). На рис. 3, а показано характерні точки червоного кольору: 1 – момент виникнення КЗ, 2 – відключення лінії через 1 секунду, 3 – повторне включення КЛ, яка працює в режимі КЗ. Задані значення струму (333 і 666 А) та представлені на рис. 3 умови щодо включення КЛ і режиму КЗ заявлено виробником та виявлено практично значимими для досліджуваної КЛ.

Далі розглянуто ряд задач, що виникали в процесі тривалого (впродовж 10 років) функціонування високовольтної КЛ в Україні та важливі для виробників кабелів і експлуатуючих їх організацій.

2. *Оцінка зниження пропускної здатності кабелю у разі збільшення площі перерізу його екрана.* Розрахунки проводилися для кабелю з екранами 95 мм² та 150 мм². Чисельні результати наведено в табл. 2. Із таблиці видно, що у разі збільшення площини екрана збільшуються струм в екрані (з 154 А до 226 А) та втрати в ньому. Внаслідок цього для підтримки температури жили на рівні 90°C необхідно зменшувати струм в жилі – в даному випадку з 687 А до 666 А. Співвідношення цих значень дорівнює $666/687=0,97$ і складає саме таке значення поправочного коефіцієнта, що рекомендується [9]. Отже, результати чисельного розрахунку в табл. 2 підтверджують правильність вибору поправочного коефіцієнта 0,97 у разі переходу до площі перерізу екрана 150 мм².

Розглянуті задачі 1 та 2 відповідають стаціонарному режиму нагріву кабелів. Подальші задачі передбачають дослідження нестационарного

Термічна стійкість кабельної лінії впродовж відповідного інтервалу часу оцінюється за даними рис. 3 з урахуванням перевищення регламентованої граничної температури жили в режимі перевантаження 130°C і в режимі КЗ – 250°C [2, 5]. Результати на рис. 3 дають змогу визначити допустимий час роботи КЛ, коли температура жили кабелів не перевищує допустимі граничні значення.

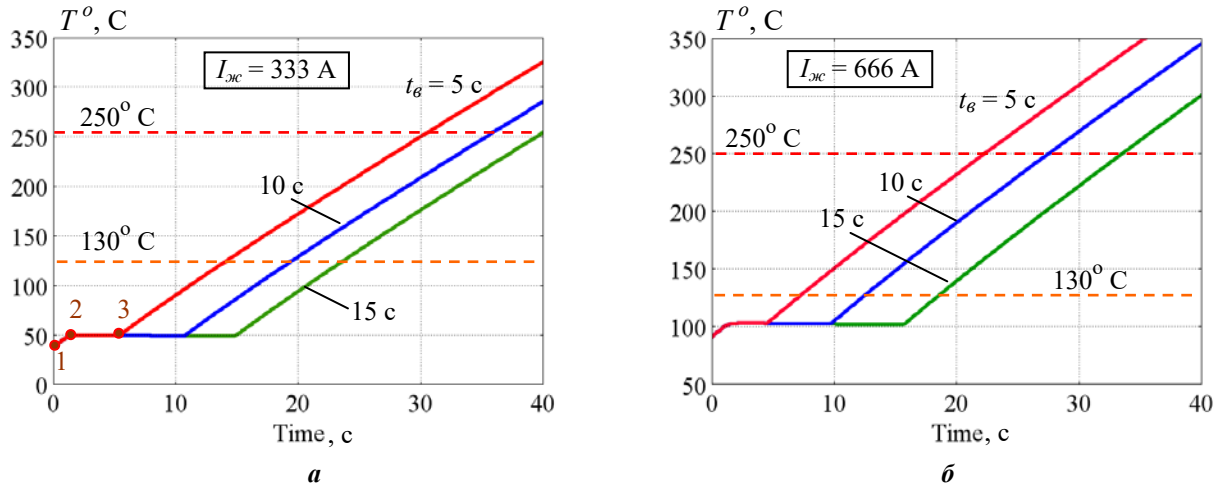


Рис. 3

4. Розрахунок рівня перевантаження дволанцюгової лінії з кабелями, що мають площу перерізу екрана 150 мм^2 . Кабельна лінія складається з двох ланцюгів, подібних до рис. 1, б. Припускається, що в одному з ланцюгів відбувається аварія і тоді вся потужність передається по іншому ланцюгу – тобто струм в жилах його кабелів підвищується в 2 рази. Для такого випадку на рис. 4 показано зміння температури жили верхнього кабелю у перевантаженому ланцюгу зі струмом $2 \cdot 666 \text{ A}$. Як видно з рис. 4, температура жили 130°C , що відповідає допустимому рівню в режимі перевантаження, досягається після 1,3 години роботи кабельної лінії. Це означає, що КЛ під час відключення одного з ланцюгів зможе саме стільки ще працювати в розглянутому аварійному режимі і передавати при цьому всю номінальну потужність.

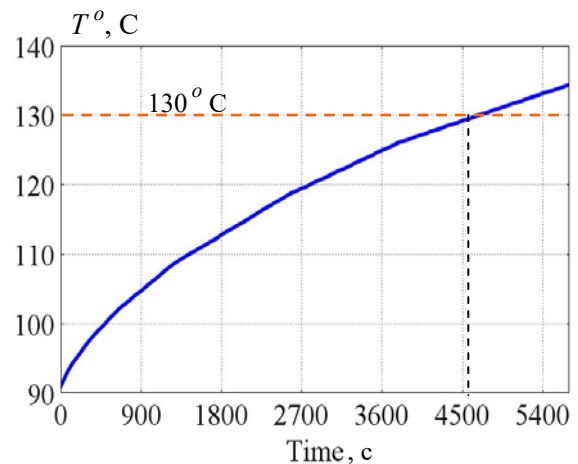


Рис. 4

5. Визначення температурного режиму роботи КЛ, що перевантажується впродовж певного часу. Задача відповідає випадку, коли КЛ працює разом із силовим трансформатором.

Відомо, що більшість силових трансформаторів, що розміщені на виході КЛ, допускають перевантаження протягом визначеного часу, наприклад, перевантаження $110\text{--}120\%$ – нескінченно довго, 130% – до 6 годин; 150% – півгодини; 200% – 5 хвилин. При цьому проєктувальники такої КЛ повинні бути впевнені, що кабелі в лінії витримають можливі перевантаження.

Розрахункові результати зміння в часі температури жили кабелю за вказаних перевантаженнях наведено на рис. 5. Приймалося, що початкове значення струму жили складає 666 A , площа перерізу екрана – 150 мм^2 , а початкова температура всіх елементів кабелю дорівнює температурі в усталеному режимі. Пунктирні лінії на рис. 5 позначають допустимий час роботи силового трансформатора. Видно, що за цей час температура жили буде зростати, але не перевищуватиме припустиму температуру в режимі перевантаження – 130°C , тобто за умови підвищення струму до 2-х разів впродовж заданих інтервалів роботи КЛ залишається ще резерв по навантаженню.

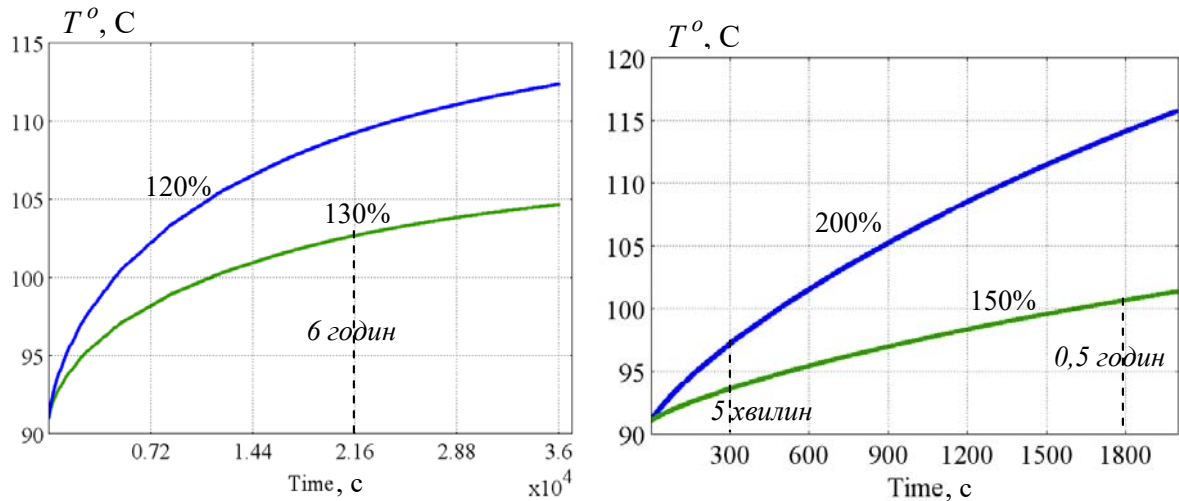


Рис. 5

Під час дослідження температурних режимів у двох останніх розділах (4, 5) враховано змінення температури по товщині зшито-поліетиленової ізоляції кабелів, про що свідчить рис. 1, в. Це особливо важливо у разі циклічного нагрівання кабелів, оскільки пов'язано з температурним старінням ізоляції та електротермічними напруженнями всередині кабелю [35, 36].

Зазначимо, що вирішення аналогічних до представлених у роботі питань передбачає подальші дослідження, зокрема в напрямку врахування кабельних з'єднань, заземлювачів, поточного стану зшито-поліетиленової ізоляції тощо.

Висновки. Отримано нові дані щодо роботи високовольтних кабелів напруги 110 кВ в аварійних режимах на етапі експлуатації, що важливо для підвищення надійності та стабільності функціонування кабельних ліній в системах електропостачання.

З використанням скінченно-елементного методу аналізу досліджено температурні режими роботи підземної трифазної кабельної лінії із кабелями зі зшито-полімерною ізоляцією на напругу 110 кВ у номінальному режимі роботи та в аварійних режимах короткого замикання і короткочасного перевантаження кабелів.

Розв'язано ряд практично важливих задач, що виникають під час проектування таких кабельних ліній, зокрема проведено розрахунок режиму трифазного КЗ з урахуванням автоматичного повторного включення лінії після КЗ з певним часом витримки (5, 10 та 15 с) та за різного навантаження – 50% і 100% від номінального струму. Результати дають змогу визначити допустимий час роботи лінії, коли температура жили кабелів не перевищує допустимі граничні значення.

Досліджено характер змінення температури кабелів за різного струмового перевантаження, що змінюється в діапазоні від 120% до 200%. Результати дають змогу визначити допустимий час роботи лінії, коли жили кабелів не нагріваються вище припустимої температури 130°C.

У випадку дволанцюгової кабельної лінії проведено розрахунок нестационарного теплового процесу у аварійному режимі пошкодження одного ланцюга та передавання подвійної потужності по іншому ланцюгу. Показано, що гранична температура жили – 130°C досягається після 1,3 години роботи такої лінії.

Розроблена методологія та отримані результати щодо термічної стійкості високовольтної кабельної лінії в аварійних режимах перевантаження і короткого замикання представляють інтерес для проектувальників таких ліній, організацій, що відповідають за безпечну експлуатацію кабелів, а також можуть прокласти шлях для електроенергетичних компаній до більш ефективного використання кабельних ліній.

Роботу виконано за науково-дослідною фундаментальною темою "Елрес", номер держ. реєстрації 0123U100693, КПКВК 6541030 та прикладною НДР "Режим 3", КПКВК 6541230.

1. Шидловский А.К., Щерба А.А., Золотарев В.М., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Кабели с полимерной изоляцией. К.: Ин-т электродинамики НАН Украины, 2013. 550 с.

2. Макаров Е.Ф. Справочник по электрическим сетям 0,4–35 кВ и 110–1150 кВ. Под ред. И.Т. Горюнова, А.А. Любимова. Т. 3. М.: Папирус-Про, 2004. 688 с.
3. Dissado L.A., Fothergill J.C. Electrical degradation and breakdown in polymers. Published by Peter Peregrinus for the IEEE, 1992. 601 p.
4. Золотарев В.М. Решение проблемы создания отечественных электротехнологических комплексов производства кабелей энергетического назначения напряжением до 330 кВ. *Вісник Нац. техн. ун-ту Харківський політехнічний інститут*. 2009. № 39. С. 50–63.
5. Руководящий технический материал по сооружению, испытаниям и эксплуатации кабельных линий с использованием кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена на напряжение от 64/110 кВ. Науч.-метод. издание РТМ К28–004:2006. Харьков: Майдан, 2007. 62 с.
6. Силові кабелі з ізоляцією зі зшитого поліетилену на напругу від 220 до 330 кВ. Довідник продукції ПАТ «Завод Південкабель». URL: <https://www.yuzhcable.info/cat/12/> (дата звернення 23.08.2025)
7. Лях В.В., Молчанов В.М., Судаков И.В., Павличенко В.П. Кабельная линия напряжением 330 кВ – новый этап развития электрических сетей Украины. *Електрические сети и системы*. 2009. № 3. С. 16–21.
8. IEC 60287-1-1:2023 Electric cables. Calculation of the current rating. Part 1-1: Current rating equations (100 % load factor) and calculation of losses. General. URL: <https://www.vde-verlag.de/iec-standards/251857/iec-60287-1-3-2023.html> (дата звернення 23.08.2025)
9. ДСТУ ІЕС 60287-1-1:2009. Кабелі електричні. Обчислення номінальної сили струму. Частина 1-1. Співвідношення для обчислення номінальної сили струму (коефіцієнт навантаження 100%) і обчислення втрат. Загальні положення (ІЕС 60287-1-1:2001, ІДТ). URL: https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=81689 (дата звернення 23.08.2025)
10. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Мультифизическое моделирование в электротехнике. К.: Ин-т электродинамики НАН Украины, 2015. 305 с.
11. Кучерявая И.Н. Тепловой расчет силового кабеля на напряжение 110 кВ с учетом нелинейных характеристик полимерной изоляции. *Технічна електродинаміка*. 2006. № 4. С. 7–11.
12. Comsol multiphysics modeling and simulation software. URL: <http://www.comsol.com/> (дата звернення 23.08.2025)
13. IEC 60287-2-1:2023. Electric cables. Calculation of the current rating. Part 2-1: Thermal resistance Calculation of thermal resistance. Edition 3.0. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2021.3102414>.
14. IEC 60853-1:1985. Calculation of the cyclic and emergency current rating of cables. Part 1: cyclic rating factor for cables up to and including 18/30(36) kV. IEC: Geneva, Switzerland, 1985. Pp. 1–39.
15. IEC 60986:2000. Short-circuit temperature limits of electric cables with rated voltages from 6 kV ($U_m = 7.2$ kV) up to 30 kV ($U_m = 36$ kV). IEC: Geneva, Switzerland, 2000. Pp. 1–19.
16. IEC TR 62095:2003. Electric cables-calculations for current ratings-finite element method. IEC: Geneva, Switzerland, 2003. Pp. 1–69.
17. Callender G., Goddard K.F., Dix, J., Lewin P.L. A flexible model to calculate buried cable ampacity in complex environments. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2021. Vol. 37. Issue 3. Pp. 2007–2015. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2021.3102414>.
18. Liu G., Xu Z., Ma H., Hao Y., Wang P., Wu W., Xie Y., Guo D. An improved analytical thermal rating method for cables installed in short-conduits. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2020. Vol. 123. Article no 106223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.106223>.
19. Bustamante S., Mínguez R., Arroyo A., Manana M., Laso A., Castro P., Martínez R. Thermal behaviour of medium-voltage underground cables under high-load operating conditions. *Applied Thermal Engineering*. 2019. Vol. 156. Pp. 444–452. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.04.083>.
20. Rasoulpoor M., Mirzaie M., Mirimani S.M. Thermal assessment of sheathed medium voltage power cables under non-sinusoidal current and daily load cycle. *Applied Thermal Engineering*, 2017. Vol. 123. Pp. 353–364. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.05.070>.
21. Abomailek C., Capelli F., Riba J.-R., Casals-Torrens P. Transient thermal modelling of substation connectors by means of dimensionality reduction. *Applied Thermal Engineering*. 2017. Vol. 111. Pp. 562–572. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.09.110>.
22. Millar R.J. A comprehensive approach to real time power cable temperature prediction and rating in thermally unstable environments. Doctoral dissertation. Helsinki University of Technology, 2006. 157 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/27516483_A_Comprehensive_Approach_to_Real_Time_Power_Cable_Temperature_Prediction_and_Rating_in_Thermally_Unstable_Environments (дата звернення 23.08.2025)
23. Дмитриев М.В. Кабельные линии высокого напряжения. Санкт-Петербург: Политех-пресс, 2021. 696 с.
24. Aras F., Bicen Y. Thermal modelling and analysis of high-voltage insulated power cables under transient loads. *Computer Applications in Engineering Education*. 2013. Vol. 21. No 3. Pp. 516–529. DOI: <https://doi.org/10.1002/cae.20497>.

25. Enescu D., Colella P., Russo A., Porumb R.F., Seritan G.C. Concepts and methods to assess the dynamic thermal rating of underground power cables. *Energies*. 2021. No 14. P. 2591. DOI: <https://doi.org/10.3390/en14092591>.
26. Enescu D., Colella P., Russo A. Thermal assessment of power cables and impacts on cable current rating: An overview. *Energies*. 2020. No 13. P. 5319. DOI: <https://doi.org/10.3390/en13205319>.
27. Wild F., Rossum J., Anders G.J., Brijs B., Bascom R., Coelho M., Corsaro P., Falconer A., Gonzalez A., Huelsken G., Kuljaca N., Martinsson B., Nam S-H, Pilgrim J., Rakowska A., RemY C., Takahashi T., Waite F. A guide for rating calculations of insulated power cables. 9th International Conference on *Insulated Power Cables (Jicable'15)*, France, Paris, Versailles, 21–25 June, 2015 Paper E2.1. 6 p.
28. Diaz-Aguiló M., León F. Introducing mutual heating effects in the ladder-type soil model for the dynamic thermal rating of underground cables. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2015. Vol. 30. No 4. Pp. 1958–1964. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2015.2390072>.
29. Liu K., Zagorščak R., Sandford R.J., Cwikowski O.N., Yanushkevich A., Thomas H.R. Insights into the Thermal performance of underground high voltage electricity transmission lines through thermo-hydraulic modelling. *Energies*. 2022. Vol. 15(23). Article no 8897. 25 p. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15238897>.
30. Кухлинг Х. Справочник по физике. М: Мир, 1985. 520 с.
31. Nadolny Z. Electric field distribution and dielectric losses in XLPE insulation and semiconductor screens of high-voltage cables. *Energies*. 2022. Vol. 15. Article no 4692. 14 p. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15134692>.
32. Овсиенко В.Л. Исследование нелинейных тепловых полей в высоковольтных кабелях с полимерной изоляцией. *Кабели и провода*. 2000. № 4. С. 26–29.
33. Столович Н.Н., Милицкая Н.С. Температурные зависимости теплофизических свойств некоторых металлов. Минск: Наука и техника, 1975. 160 с.
34. Olsen R., Anders G.J., Holboell J., Gudmundsdottir U.S. Modelling of dynamic transmission cable temperature considering soil-specific heat, thermal resistivity, and precipitation. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2013. Vol. 28. No 3. Pp. 1909–1917. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2013.2263300>.
35. Han Y.J., Lee H.M., Shin Y.J. Thermal aging estimation with load cycle and thermal transients for XLPE-insulated underground cable. Proceedings of the IEEE Conference on *Electrical Insulation and Dielectric Phenomenon (CEIDP)*, TX, USA, 22–25 October 2017. Pp. 205–208. DOI: <https://doi.org/10.1109/CEIDP.2017.8257566>.
36. Mazzanti G. Analysis of the combined effects of load cycling, thermal transients, and electrothermal stress on life expectancy of high-voltage AC cables. *IEEE Trans. On Power Delivery*. 2007. Vol. 22. No 4. Pp. 2000–2009. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2007.905547>.

THERMAL STABILITY OF UNDERGROUND HIGH-VOLTAGE CABLE LINE UNDER EMERGENCY CONDITIONS OF OVERLOAD AND SHORT CIRCUIT

A.A. Shcherba¹, O.D. Podoltsev¹, I.M. Kucheriava¹, T.Yu. Antonetz²

¹ Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, 56, Beresteyskyi, Kyiv, 03057, Ukraine, e-mail: podol@ied.org.ua.

² PJSC “Yuzhcable Works”, 7, Avtogenynaya Str., Kharkov, 61099, Ukraine.

The paper proposes new knowledge in cable engineering by studying the operation of up-to-date high-voltage cable line under the non-nominal and emergency conditions to ensure its reliability and service life. The temperature conditions for operation of an underground 110 kV three-phase cable line with cross-linked polyethylene insulated cables in the nominal and emergency modes of short circuit and short-term overload of cables are studied by computer finite-element method. A number of practically important problems for designing such cable lines are solved. In particular, the computation of the three-phase short-circuit mode in the line is carried out taking into account its reconnection after short circuit with certain delay time (5, 10 or 15 s) and at different loads (50% and 100% of the nominal current). The results obtained allow determining the permissible operating time for the line operation with the temperature of the cable conductor not higher than the permissible limiting value. The nature of the increase in the temperature of the cables within the time of different current overloads varying from 120% to 200% is investigated. The results give a possibility to determine the permissible operating time of the line when the temperature of the cable conductor does not exceed 130°C. In the case of the double-circuit cable line, the computational results for non-stationary thermal process under emergency condition of one circuit failure and the transmission of double power through the other circuit are presented. It is shown that the limiting conductor temperature of 130°C is reached after 1.3 hours of line operation. The problems solved in the paper answer the questions regarding the thermal stability of the high-voltage cable line in emergency modes and are of interest to designers of such lines as well as organizations responsible for their safe operation and power companies for more efficient use of cable lines. References 36, figures 5, tables 2.

Keywords: cables with cross-linked polymer insulation, cable line, emergency mode, temperature conditions, cable operation time under safe conditions.

1. Shidlovskii A.K., Shcherba A.A., Zolotaryov V.M., Podoltsev A.D., Kucheriava I.M. Extra-high voltage cables with polymer insulation. Kyiv: Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine, 2013. 550 p. (Rus)
2. Makarov E.F. Handbook on the 4–35 kV and 110–1150 kV power networks. Ed. by I.T. Goryunov. A.A. Lyubimov. Vol. 3. Moskva: Papirus-Pro, 2004. 688 p. (Rus)
3. Dissado L.A., Fothergill J.C. Electrical degradation and breakdown in polymers. Published by Peter Peregrinus for the IEE, 1992. 601 p.
4. Zolotarev V.M. Solution to the problem of creating the domestic electrotechnological complexes for the production of power cables with voltage up to 330 kV. *Visnyk Nationalnoho Technichnogo Universitetu Kharkiv Polytechnic Institute*. 2009. No 39. Pp. 50–63. (Rus)
5. Guiding technical material on the construction, testing and operation of cable lines using cables with cross-linked polyethylene insulation for voltages from 64/110 kV. Scientific and methodological publication RTM K28–004:2006. Kharkov: Maidan, 2007. 62 p. (Rus)
6. XLPE-insulated power cables for voltage from 220 to 330 kV. PJSC Yuzhcable Works production guide. URL: <https://www.yuzhcable.info/cat/12/lang/en> (Ukr) (accessed at 23.08.2025)
7. Lyach V.V., Molchanov V.M., Sudakov I.V., Pavlichenko V.P. 330 kV cable line is a new step in development of Ukrainian power networks. *Elektricheskie seti i sistemy*. 2009. No 3. Pp. 16–21. (Rus)
8. IEC 60287-1-1:2023. Electric cables. Calculation of the current rating. Part 1-1: Current rating equations (100 % load factor) and calculation of losses. General. URL: <https://www.vde-verlag.de/iec-standards/251857/iec-60287-1-3-2023.html> (accessed at 23.08.2025)
9. DSTU IEC 60287-1-1:2009. Electric cables. Calculation of the current rating..Part 1-1: Current rating equations (100 % load factor) and calculation of losses. General regulations (IEC 60287-1-1:2001, IDT). URL: https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=81689 (Ukr) (accessed at 23.08.2025)
10. Podoltsev O.D., Kucheriava I.M. Multiphysical modeling in electrical engineering. Kyiv: Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2015. 305 p. (Rus)
11. Kucheryava I.M. Thermal calculation of 110 kV power cable taking into account nonlinear characteristics of polymer insulation. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2006. No 4. Pp. 7–11. (Rus)
12. Comsol multiphysics modeling and simulation software. URL: <http://www.comsol.com/> (accessed at 23.08.2025)
13. IEC 60287-2-1:2023. Electric cables. Calculation of the current rating. Part 2-1: Thermal resistance Calculation of thermal resistance. Edition 3.0. Publication date: 2023-05-22, 47 p. URL: <https://webstore.iec.ch/en/publication/68134> (accessed at 23.08.2025)
14. IEC 60853-1:1985. Calculation of the cyclic and emergency current rating of cables. Part 1: Cyclic rating factor for cables up to and including 18/30(36) kV. IEC: Geneva, Switzerland, 1985. Pp. 1–39.
15. IEC 60986:2000. Short-circuit temperature limits of electric cables with rated voltages from 6 kV ($U_m = 7.2$ kV) up to 30 kV ($U_m = 36$ kV). IEC: Geneva, Switzerland, 2000. Pp. 1–19.
16. IEC TR 62095:2003. Electric cables-calculations for current ratings-finite element method. IEC: Geneva, Switzerland, 2003. Pp. 1–69.
17. Callender G., Goddard K.F., Dix J., Lewin P.L. A flexible model to calculate buried cable ampacity in complex environments. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2021. Vol. 37. Issue 3. Pp. 2007–2015. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2021.3102414>.
18. Liu G., Xu Z., Ma H., Hao Y., Wang P., Wu W., Xie Y., Guo D. An improved analytical thermal rating method for cables installed in short-conduits. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2020. Vol. 123. Article no 106223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.106223>.
19. Bustamante S., Mínguez R., Arroyo A., Manana M., Laso A., Castro P., Martínez R. Thermal behaviour of medium-voltage underground cables under high-load operating conditions. *Applied Thermal Engineering*. 2019. Vol. 156. Pp. 444–452. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.04.083>.
20. Rasoulpoor M., Mirzaie M., Mirimani S.M. Thermal assessment of sheathed medium voltage power cables under non-sinusoidal current and daily load cycle. *Applied Thermal Engineering*, 2017. Vol. 123. Pp. 353–364. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.05.070>.
21. Abomailek C., Capelli F., Riba J.-R., Casals-Torrens P. Transient thermal modelling of substation connectors by means of dimensionality reduction. *Applied Thermal Engineering*. 2017. Vol. 111. Pp. 562–572. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.09.110>.
22. Millar R.J. A comprehensive approach to real time power cable temperature prediction and rating in thermally unstable environments. Doctoral dissertation. Helsinki University of Technology, 2006. 157 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/27516483_A_Comprehensive_Approach_to_Real_Time_Power_Cable_Temperature_Prediction_and_Rating_in_Thermally_Unstable_Environments (accessed at 23.08.2025)
23. Dmitriev M.V. High-voltage cable lines. St. Petersburg: Polytech-press, 2021. 696 p. (Rus)

24. Aras F., Bicen Y. Thermal modelling and analysis of high-voltage insulated power cables under transient loads. *Computer Applications in Engineering Education*. 2013. Vol. 21. No 3. Pp. 516–529. DOI: <https://doi.org/10.1002/cae.20497>.
25. Enescu D., Colella P., Russo A., Porumb R.F., Seritan G.C. Concepts and methods to assess the dynamic thermal rating of underground power cables. *Energies*. 2021. No 14. P. 2591. DOI: <https://doi.org/10.3390/en14092591>.
26. Enescu D., Colella P., Russo A. Thermal assessment of power cables and impacts on cable current rating: An overview. *Energies*. 2020. No 13. P. 5319. DOI: <https://doi.org/10.3390/en13205319>.
27. Wild F., Rossum J., Anders G.J., Brijs B., Bascom R., Coelho M., Corsaro P., Falconer A., Gonzalez A., Huelsken G., Kuljaca N., Martinsson B., Nam S-H, Pilgrim J., Rakowska A., RemY C., Takahashi T., Waite F. A guide for rating calculations of insulated power cables. *9th International Conference on Insulated Power Cables (Jicable'15)*, France, Paris, Versailles, 21–25 June, 2015. Paper E2.1. 6 p.
28. Diaz-Aguiló M., León F. Introducing mutual heating effects in the ladder-type soil model for the dynamic thermal rating of underground cables. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2015. Vol. 30. No 4. Pp.1958–1964. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2015.2390072>.
29. Liu K., Zagorščak R., Sandford R.J., Cwikowski O.N., Yanushkevich A., Thomas H.R. Insights into the Thermal performance of underground high voltage electricity transmission lines through thermo-hydraulic modelling. *Energies*. 2022. Vol. 15(23). Article no 8897. 25 p. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15238897>.
30. Kuchling H. Handbook on physics. Moskva: Mir, 1985. 520 p. (Rus)
31. Nadolny Z. Electric field distribution and dielectric losses in XLPE insulation and semiconductor screens of high-voltage cables. *Energies*. 2022. Vol. 15. Article no 4692. 14 p. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15134692>.
32. Ovsienko V.L. Study of nonlinear thermal fields in high-voltage cables with polymer insulation. *Kabeli i provoda*. 2000. No 4. Pp. 26–29. (Rus)
33. Stolovich N.N., Minitskaya N.S. Temperature dependences of thermophysical properties of some metals. Minsk: Nauka i tekhnika, 1975. 160 p. (Rus)
34. Olsen R., Anders G.J., Holboell J., Gudmundsdottir U.S. Modelling of dynamic transmission cable temperature considering soil-specific heat, thermal resistivity, and precipitation. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2013. Vol. 28. No 3. Pp. 1909–1917. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2013.2263300>.
35. Han Y.J., Lee H.M., Shin Y.J. Thermal aging estimation with load cycle and thermal transients for XLPE-insulated underground cable. Proceedings of the IEEE Conference on *Electrical Insulation and Dielectric Phenomenon (CEIDP)*, TX, USA, 22–25 October 2017. Pp. 205–208. DOI: <https://doi.org/10.1109/CEIDP.2017.8257566>.
36. Mazzanti G. Analysis of the combined effects of load cycling, thermal transients, and electrothermal stress on life expectancy of high-voltage AC cables. *IEEE Trans. On Power Delivery*. 2007. Vol. 22. No 4. Pp. 2000–2009. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2007.905547>.

Надійшла 11.09.2025
Прийнята 13.10.2025

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ПІД ЧАС КОРЕКЦІЇ ФОРМИ СТРУМУ В МЕРЕЖАХ З АЛЬТЕРНАТИВНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ЖИВЛЕННЯ

П.П. Подейко^{*}, канд. техн. наук, В.М. Губаревич^{**}, канд. техн. наук, В.Г. Гребенюк

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна,

e-mail: ppodeiko@ied.org.ua.

Пропонується використання цифрового режекторного фільтра для формування опорного компенсаційного сигналу паралельного однофазного активного фільтра гармонік струму, що відрізняється простотою та гнучкістю у порівнянні з відомими методами під час його технічної реалізації. Виконано математичне моделювання цифрового фільтра у середовищі Matlab та наведено результати практичної реалізації фільтро-компенсуючого пристрою, що підтверджує основні теоретичні результати дослідження. Бібл. 8, рис. 6.

Ключові слова: альтернативні джерела живлення, нелінійне навантаження, цифровий фільтр, коректор форми струму, опорний сигнал, сумарний коефіцієнт гармонічних спотворень.

Постановка проблеми. За останні роки внаслідок перебоїв централізованого електропостачання все більше альтернативних джерел живлення використовується в промислових мережах електропостачання, таких як гідро-, вітро- та сонячні електростанції, паливні електрогенератори, системи безперебійного живлення тощо. Проте питання забезпечення електромагнітної сумісності і нормованих показників якості напруги за гармонійним складом, несиметрією напруг та коливанням рівня напруги в даних системах електропостачання на сьогодні залишається актуальним. Споживачі електроенергії в таких мережах широко використовують сучасне перетворювальне обладнання, у тому числі перетворювачі частоти для живлення асинхронних електродвигунів, тиристорні регулятори, імпульсні джерела живлення та ін., форма споживаного струму яких суттєво відрізняється від синусоїди, внаслідок чого спотворюється форма напруги електропостачання, а показники якості електроенергії за гармоніками погіршуються [1]. Вищі гармоніки струму в альтернативних системах живлення з низькими струмами короткого замикання є причиною перевитрати пального та перегріву генераторів, спрацювання кіл захисту систем автоматики автономних інверторів, зниження коефіцієнта потужності даних джерел живлення, тощо.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зазвичай задачу зменшення гармонійних спотворень вхідного струму джерел живлення електроустановок та підвищення якості електричної енергії вирішують за допомогою простих та надійних пасивних фільтрів. Однак такі проблеми, як труднощі з налаштуванням фільтрів, небезпека виникнення резонансних явищ та неефективність компенсації реактивної потужності у широкому діапазоні навантажень змусили дослідників шукати альтернативи, що призвело до появи різних типів фільтрів активної потужності – паралельні, послідовні та гібридні [2].

В основу активної корекції форми струму покладено принцип паралельного включення керованого джерела реактивної потужності, струм i_C якого (рис. 1) направлений зустрічно миттєвому значенню струму нелінійного навантаження i_L , даючи змогу джерелу живлення працювати лише на основній складовій струму [3].

Формування сигналів керування будь-якого фільтрокомпенсуючого пристрою (ФКП) є непростю задачею. Характеристики таких паралельних коректорів форми струму великою мірою залежать від методу формування сигналів керування. Ці методи можна розділити на дві групи [4].

До першої групи відносять методи формування сигналів керування у частотній області, які базуються на представленні несинусоїдальних струмів і напруг у вигляді ряду Фур'є.

Основні недоліки цих методів полягають у наступному:

- потрібна попередня аналогова фільтрація для того, щоб виключити накладання спектрів сигналів;

© Подейко П.П., Губаревич В.М., Гребенюк В.Г., 2026

ORCID: ^{*}<https://orcid.org/0000-0001-9201-102X>; ^{**}<https://orcid.org/0000-0003-2416-9858>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

- робота самого фільтра вносить додаткові амплітудні та фазові спотворення;
- сигнал, який аналізується, має бути стаціонарним, що на практиці неможливо забезпечити.

Методи формування сигналів керування в області часу засновані на формуванні компенсуючих сигналів із миттєвих значень струмів і напруг мережі. Завдяки більшій швидкодії вони набули значного поширення.

Для формування керуючих сигналів у часовій області використовують метод миттєвої реактивної потужності та методи, в основу яких покладено використання цифрового оброблення сигналів і штучних нейронних мереж.

Метод миттєвої реактивної потужності ґрунтується на обчисленні миттєвих значень величин, тому й отримав таку назву. Ці величини містять постійні та змінні складові. У разі, якщо напруга має синусоїдальну форму, змінна складова миттєвої реактивної потужності визначається гармоніками струму, споживаного нелінійним навантаженням. Керуючий сигнал можна отримати, виділяючи змінну складову миттєвої реактивної потужності за допомогою фільтра верхніх частот [5].

Хоча видається можливим впровадження систем керування на основі $p-q$ теорії для однофазних активних фільтрів [6], однак здебільшого цей метод використовують виключно в трифазних ФКП, що є його недоліком.

Керування характеристиками активного коректора форми струму (АКФС) із застосуванням технології цифрової обробки сигналів дає змогу використовувати різноманітні добре розроблені методи спектрального оцінювання сигналів та компенсації завад [7] на базі ефективних та недорогих високопродуктивних цифрових процесорів. Тому цей напрямок є досить перспективним та інтенсивно розвивається, а питання щодо застосування методів цифрової обробки сигналів для керування характеристиками активних фільтрокомпенсуючих пристроїв (АФКП) в енергетиці залишаються невирішеними.

Спектральний склад сигналу, що формується системою керування АФКП, має збігатися з гармонійним складом синусоїдального струму, що генерується нелінійним навантаженням. Задля отримання такого сигналу можна використовувати аналоговий режекторний фільтр, налаштований на частоту основної гармоніки [7]. Однак імплементація аналогових методів фільтрації сигналів має серйозні недоліки, пов'язані з тим, що такий фільтр є статичним пристроєм і його характеристики не можуть змінюватися під час зміни амплітуди та частоти основної гармоніки.

Тому **метою роботи** є формування опорного компенсаційного сигналу однофазного АКФС на основі цифрового режекторного фільтра, що дає змогу автоматично змінювати його параметри як на

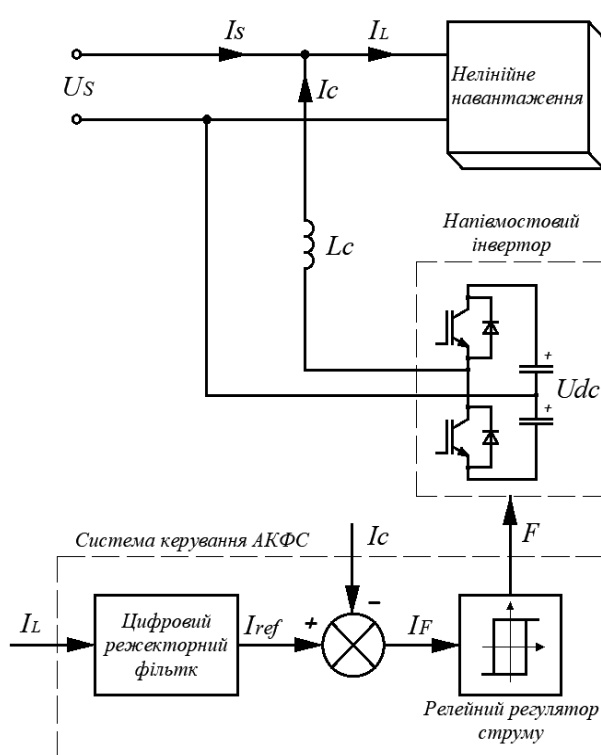


Рис. 1

локальному рівні, так і віддалено за допомогою серверних алгоритмів обробки даних під час зміни спектрального складу несинусоїдальних струмів нелінійного навантаження.

Виклад основного матеріалу дослідження. Розглянемо структурну схему АКФС з використанням цифрового режекторного фільтра, що наведена на рис. 1. Нелінійне навантаження (в даному випадку випрямляюче навантаження – випрямляч з ємнісним фільтром) споживає несинусоїдальний струм I_L від однофазного джерела змінного струму, до складу якого входять як основна, так і вищі гармоніки. Але введення в однофазну мережу активного коректора струму, як показано на рис. 1, формує такий компенсаційний струм I_C , що в сумі зі струмом навантаження забезпечує споживання з джерела живлення струму I_S синусоїдальної форми. На вхід цифрового режекторного фільтра поступає струм навантаження I_L , який в моменти дискретизації фільтра відфільтровує основну гармоніку, пропускаючи інші вищі гармоніки без змін, генеруючи опорний сигнал I_{ref} . Цей відфільтрований сигнал I_F є опорним сигналом гістерезисного регулятора струму, що

разом з силовим інвертором визначає форму компенсаційного струму I_C .

$$I_s = I_L + I_C. \quad (1)$$

Рівняння (1) можна реалізувати на мікропроцесорному рівні під час реалізації цифрового фільтра, який має вузьку смугу пропускання. Передавальна функція неінвертуючого симетричного режекторного фільтра [8] має вигляд (2)

$$W(p) = \frac{p^2 + \omega_c^2}{p^2 + \beta p + \omega_c^2}, \quad (2)$$

де p – оператор Лапласа; ω_c – частота зрізу; β – ширина смуги режекції.

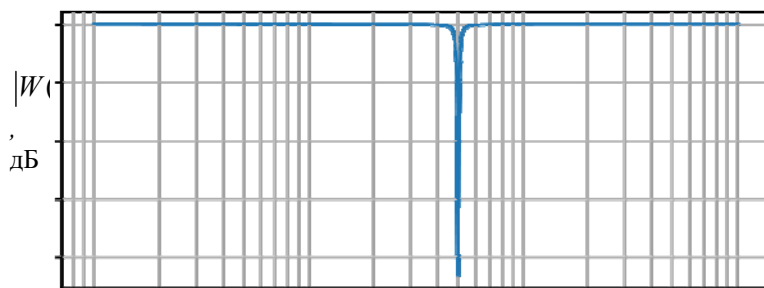
Для частоти мережі $f_c = 50$ Гц, $\omega_c = 2\pi \cdot f_c = 314$ рад/с $\beta = 25$ вибирається таким чином, щоб необхідна крутизна задовольняла критеріям стабільності та бажаному відгуку режекторного фільтра [8].

Тоді передавальна функція набуває вигляду

$$W(p) = \frac{p^2 + 314^2}{p^2 + 25p + 314^2}. \quad (3)$$

Таким чином, добротність запропонованого режекторного фільтра становить $Q = \omega_c / \beta = 12,56$, що є достатнім для ефективного послаблення частотної складової на даній частоті зрізу.

АЧХ для режекторного фільтра: $\omega_c = 314$ рад/с $\beta = 25$



ФЧХ для режекторного фільтра: $\omega_c = 314$ рад/с $\beta = 25$

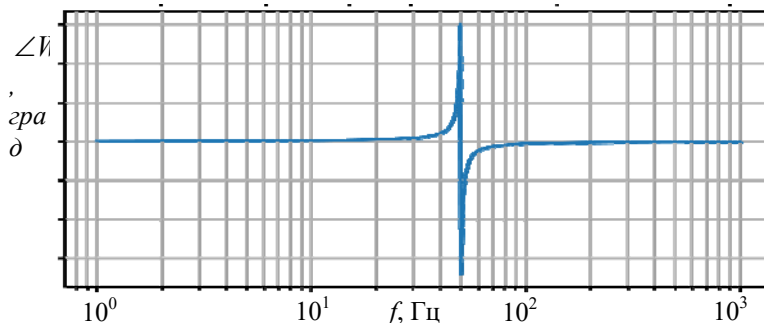


Рис. 2

Амплітудно-частотна характеристика на рис. 2 показує, що фільтром сильно послаблюється тільки основна частотна складова ($f_c = 50$ Гц), інші проходять без змін.

Цифрова реалізація є найкращим способом досягти точного налаштування параметрів фільтра. Для переходу з системи безперервного часу в систему дискретного часу використовується білінійне перетворення. Метод білінійного z -перетворення полягає у наступному: в операторній передавальній функції виконується заміна оператора p на оператор $k \cdot (1 - z^{-1}) / (1 + z^{-1})$ внаслідок чого функція з p -області переходить у z -область

$$p_z = k \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}, \quad k = 2f_s, \quad (4)$$

де f_s – частота дискретизації.

Тепер для білінійного перетворення (3) візьмемо частоту

дискретизації 5кГц і, підставивши у (4), отримаємо

$$W(z) = \frac{0,9957 - 1,9911z^{-1} + 0,9957z^{-2}}{1 - 1,9911z^{-1} + 0,9950z^{-2}} = \frac{Y(z)}{X(z)}, \quad (5)$$

$$Y(z) = 0,9957(z) - 1,9911z^{-1}X(z) + 0,9957z^{-2}X(z) + 1,9911z^{-1}Y(z) - 0,9950z^{-2}Y(z). \quad (6)$$

Використовуючи обернене Z -перетворення, отримаємо необхідне диференціальне рівняння режекторного фільтра

$$y(k) = 0,9957x(k) - 1,9911x(k-1) + 0,9957x(k-2) + 1,9911y(k-1) - 0,9950y(k-2). \quad (7)$$

Релейний регулятор струму формує відповідний струм коректора I_C такий самий за формою, як і опорний сигнал, що отримується на виході режекторного фільтра, з точністю ширини петлі гістерезису релейного елемента 1,2 А.

На рис. 3 наведено загальну імітаційну модель АКФС в середовищі моделювання MATLAB Simulink, що складається з однофазного генератора змінного струму напругою 220 В частотою 50 Гц з внутрішнім опором 0,003 Ом та індуктивністю 25 мГн, який живить перетворювач частоти – нелінійне випрямляюче навантаження зі значною величиною ємності $C_L = 560$ мкФ в шині постійного

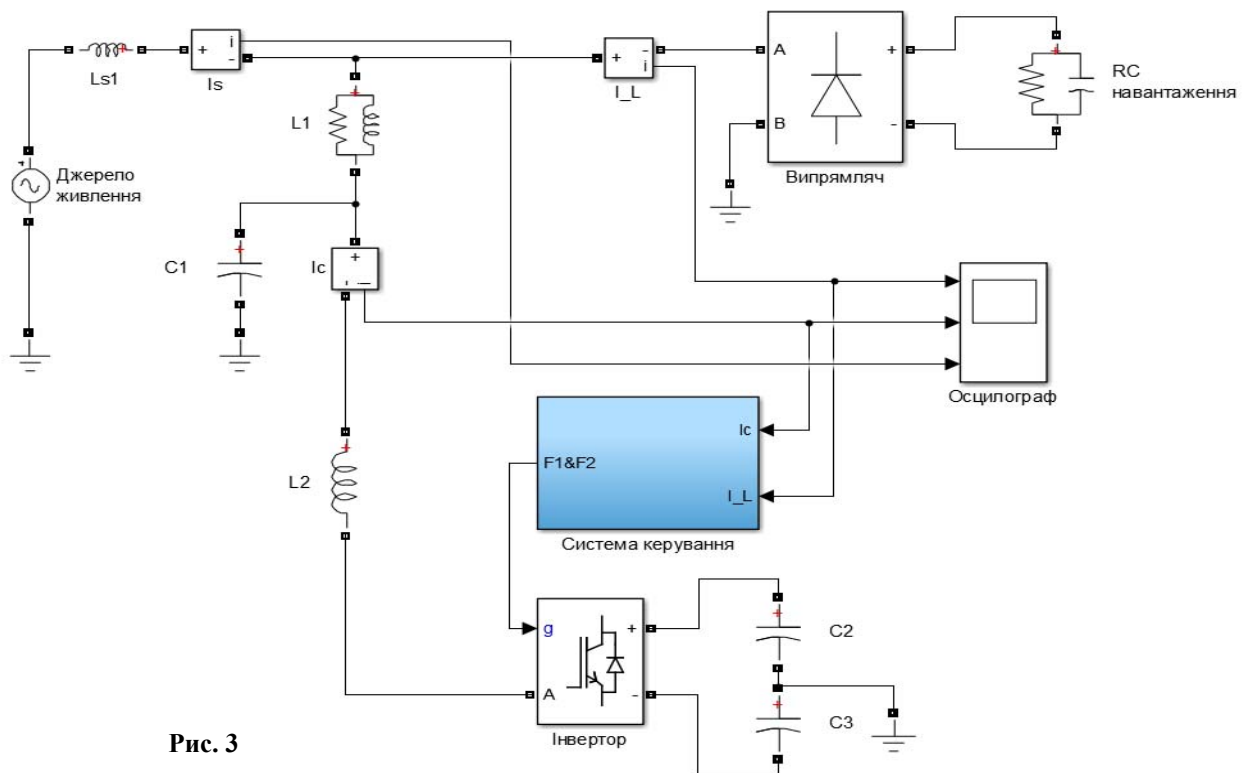


Рис. 3

струму та активним опором $R_L = 30$ Ом. Індуктивність вхідного дроселя коректора $L1$ 5 мГн, а його активний опір становить 3 Ом. Ємність конденсаторів силового інвертора становить 680 мкФ. Початкові умови: частота джерела живлення 50 Гц, амплітуда вхідної напруги 310 В, вихідна напруга нелінійного навантаження 310 В. Модель системи керування фільтрокомпенсуючого пристрою показана на рис. 4.

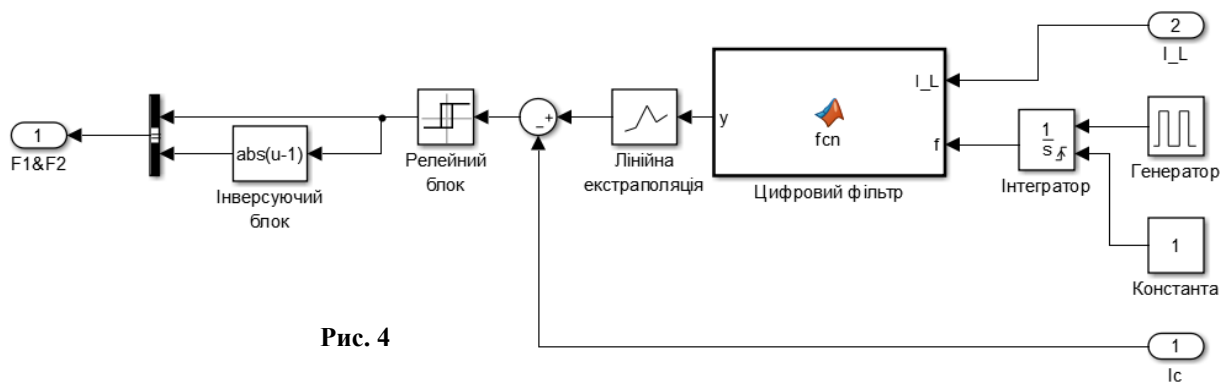


Рис. 4

Результати моделювання за максимального струму нелінійного навантаження 30 А наведено на рис. 5.

В результаті моделювання загальний коефіцієнт гармонійних спотворень за струмом джерела живлення зменшився з 35,20% до 4,0 % після того, як активний коректор струму компенсував гармоніки струму, які генерує навантаження.

Реалізацію цифрового режекторного фільтра виконано на платформі ESP32-S3, що містить двоядерний мікроконтролер Xtensa® 32-bit LX7, здатний працювати на частоті 240 МГц, та має 512 КБ внутрішньої пам'яті SRAM. Завдяки інтегрованому Wi-Fi 2,4 ГГц модулю відкривається можливість віддаленого контролю та діагностики параметрів роботи активного фільтра і оновлення програми його роботи за допомогою механізму OTA update (Over the Air).

Як джерело живлення використано гібридний однофазний сонячний інвертор Solis 4 кВт (S6-GR1P4K), що навантажений на частотнорегульовану насосну станцію Pedrollo потужністю 2,2 кВт.

Технічна реалізація активної фільтрації вищих гармонік струму показала аналогічні результати (рис. 6), як і у разі моделювання в програмі MATLAB, що наведено на рис. 5.

Висновки.

1. Використано цифровий режекторний фільтр для фільтрації опорного компенсаційного сигналу активних фільтрокомпенсуючих пристроїв.
2. Отриманий активний фільтр вищих гармонік струму завдяки використанню запропонованого методу цифрової фільтрації опорного сигналу для генерування компенсаційного струму дає змогу знизити THD струму споживання з 38,5 % до 4,3 %.
3. Цифровий режекторний фільтр, параметри якого можна налаштувати локально або віддалено залежно від гармонійного складу несинусоїдального струму нелінійного навантаження, має переваги у порівнянні з аналоговими фільтрами сигналів.

4. Результати експериментальної перевірки запропонованого методу показали, що за допомогою активної корекції форми струму можна ефективно придушити вищі гармоніки несинусоїдальних струмів, а також компенсувати реактивну складову першої гармоніки струму.

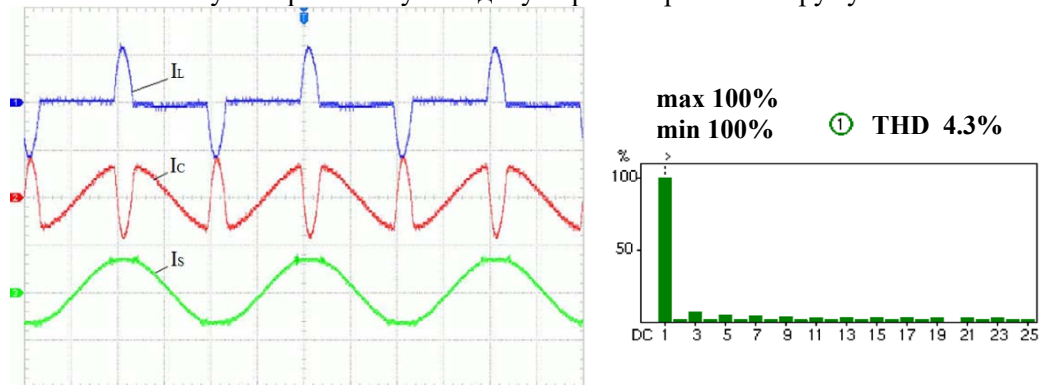


Рис. 5

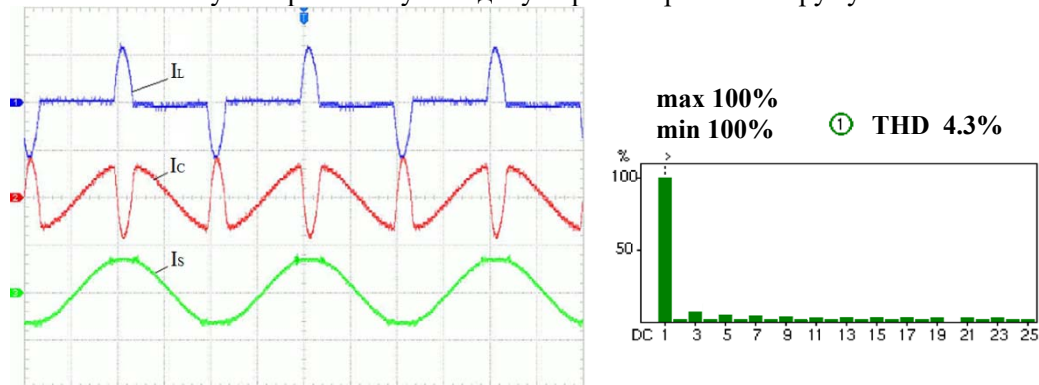


Рис. 6

5. Цифрова фільтрація є потужним інструментом обробки сигналів, який слід застосовувати у паралельних активних фільтрах задля генерації опорного компенсаційного сигналу, оскільки він має високу швидкість та простоту застосування, що підвищує ефективність ФКП.

Фінансується за держбюджетною темою «Аналіз, синтез та розвиток принципів побудови гібридних фільтрів гармонік струму як універсальних засобів покращення електромагнітної сумісності пристроїв перетворювальної техніки з мережею живлення» (шифр «Гібрид»), КПКВК 6541030, що виконується за Постановою Бюро ВФТПЕ від 29.06.2021 р., протокол № 8. Державний реєстраційний номер теми 0122U001711

1. Жаркін А.Ф., Палачов С.О., Шкляр Т.Б. Аналіз ефективності застосування пасивних фільтрових коригувальних пристроїв в низьковольтних електричних мережах України. *Енергосбереження. Енергетика. Енергоаудит*. 2014. № 9 (128). С. 153-160.
2. Rashid M.H. *Power Electronics Handbook: Devices, Circuits, and Applications*. Butterworth-Heinemann Publishers, 2011. Pp. 1193-1228.
3. Стаценко О.В. Аналіз роботи паралельного активного коректора струму з релейним керуванням. *Вісник КНУТД*. 2015. №5 (90). С. 113-117.
4. Singh B., Al-Haddad K., Chandra A. A review of active filters for power quality improvement. *IEEE trans. on industrial electronics*. 1999. Vol. 46. No 5. Pp. 960-971. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.793345>.
5. Akagi H. Active harmonic filters. *Proceedings of the IEEE*. 2005. Vol. 93. No 12. Pp. 2128-2141. DOI: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2005.859603>.
6. Pinto J.G., Neves P., Pregitzer R., Monteiro F.C., Afonso L. Single Phase Shunt Active Filter with Digital Control. International Conference on *Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'07)*, Seville, Spain, 28-30 March 2007. Vol. 5. No 1. DOI: <https://doi.org/10.24084/repqj05.349>.
7. Xiao C., Pei X., Y Liu., Lu Y., Wang C., Xu F. Adaptive harmonic current compensation method with SAPF based on SOGI. *IEEE International Power Electronics and Application Conference and Exposition (PEAC)*, Shenzhen, China, 04-07 November 2018. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/PEAC.2018.8590342>.
8. Zumbahlen H. *Linear Circuit Design Handbook by Analog Inc. Analog Devices Inc.*, 2007. Pp. 8.1-8.52.

APPLICATION OF THE DIGITAL FILTERING METHOD FOR CORRECTING THE CURRENT WAVEFORM IN NETWORKS WITH ALTERNATIVE POWER SOURCES

P.P. Podeiko, V.M. Gubarevich, V.G. Grebenyuk
Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine, e-mail: ppodeiko@ied.org.ua.

It is proposed to use a digital notch filter to form a reference compensation signal for a parallel single-phase active current harmonic filter, which is simple and flexible compared to known methods in its technical implementation. Mathematical modelling of the digital filter was performed in Matlab, and the results of the practical implementation of the filter-compensating device are presented, confirming the main theoretical results of the study. References 8, fig. 6.

Key words: alternative power supplies, nonlinear load, digital filter, current waveform corrector, reference signal, total harmonic distortion factor.

1. Zharkin A.F., Palachov S.O., Shkliar T.B. The analysis of the efficiency of the use of passive filter correction devices in the low-voltage electrical networks of Ukraine. *Energoberezhnie. Energetika. Energoaudit*. 2014. No 9 (128). Pp. 153-160. (Rus)
2. Rashid M.H. *Power Electronics Handbook: Devices, Circuits, and Applications*. Butterworth-Heinemann Publishers, 2011. Pp. 1193-1228.
3. Statsenko O.V. Analysis of the operation of a parallel active current corrector with relay control. *Visnyk KNUVD*. 2015. No 5(90). Pp. 113-117. (Ukr)
4. Singh B., Al-Haddad K., Chandra A. A review of active filters for power quality improvement. *IEEE trans. on industrial electronics*. 1999. Vol. 46. No 5. Pp. 960-971. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.793345>.
5. Akagi H. Active harmonic filters. *Proceedings of the IEEE*. 2005. Vol. 93. No 12. Pp. 2128-2141. DOI: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2005.859603>.
6. Pinto J.G., Neves P., Pregitzer R., Monteiro F.C., Afonso L. Single Phase Shunt Active Filter with Digital Control. International Conference on *Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'07)*, Seville, Spain, 28-30 March 2007. Vol. 5. No 1. DOI: <https://doi.org/10.24084/repqj05.349>.
7. Xiao C., Pei X., Y Liu., Lu Y., Wang C., Xu F. Adaptive harmonic current compensation method with SAPF based on SOGI. 2018 *IEEE International Power Electronics and Application Conference and Exposition (PEAC)*, Shenzhen, China, 04-07 November 2018. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/PEAC.2018.8590342>.
8. Zumbahlen H. *Linear Circuit Design Handbook by Analog Inc. Analog Devices Inc.*, 2007. Pp. 8.1-8.52.

Надійшла 29.11.2024
Прийнята 10.11.2025

ЕЛЕКТРОУСТАНОВКА З ТВЕРДОТІЛЬНИМ ТЕПЛОВИМ ДВИГУНОМ НА ОСНОВІ СПЛАВІВ З ПАМ'ЯТТЮ ФОРМИ ДЛЯ ГЕНЕРАЦІЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ З НИЗЬКОПОТЕНЦІЙНИХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛА

В.В. Козирський^{1*}, докт. техн. наук, **А.В. Жильцов^{2**}**, докт. техн. наук,
В.Я. Бунько^{3*}**, канд. техн. наук

¹ ALOTEK Technology sp.z.o.o.,
Zadabrowie 311, Krakowska 11, 37-716, Orly, Poland,

² Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна,

³ Відокремлений підрозділ Національного університету біоресурсів та природокористування України
«Бережанський агротехнічний інститут»,
вул. Академічна, 20, Бережани, Тернопільська обл., 47501, Україна.

E-mail: VBunko@gmail.com.

Роботу присвячено дослідженню процесів перетворення низькопотенційної теплової енергії в електричну з використанням твердотілого теплового двигуна на основі сплавів з пам'яттю форми (SMA). Актуальність тематики зумовлена значними втратами низькотемпературного тепла в промислових та енергетичних системах і необхідністю підвищення енергоефективності автономних джерел живлення. Як приводні елементи застосовано пружини зі сплаву NiTi, що реалізують оборотні аустенітно-мартенситні фазові перетворення та забезпечують безпосереднє перетворення теплової енергії в механічну роботу. Метою роботи є розроблення фізично обґрунтованої математичної моделі теплового двигуна з урахуванням циклічного нагрівання й охолодження, термомеханічного гістерезису, інерції механічної системи та електромеханічної взаємодії з генератором, а також оцінка енергетичних характеристик установки генерації електроенергії. Запропоновано трирівневий підхід до моделювання, що включає аналітичну квазістатичну модель для інженерних оцінок, квазістаціонарну модель балансу моментів задля визначення усталених режимів та повну динамічну систему диференціальних рівнянь, яка враховує нестационарний теплоперенос, фазову кінетику та інерційні ефекти. Результати моделювання підтвердили адекватність запропонованої моделі та показали формування самостабілізованих режимів обертання й насичення потужності. Встановлено, що спрощені підходи забезпечують консервативну оцінку енергетичних показників, тоді як повна динамічна модель більш точно відтворює перехідні процеси та реальні експлуатаційні характеристики; розбіжність між моделями не перевищує 15–20 %. Досліджено вплив двостороннього ефекту пам'яті форми, який у діапазоні температур 70–80 °C може підвищувати електричну потужність на 20–30 %. Отримані результати підтверджують перспективність використання SMA-двигунів задля утилізації низькопотенційного тепла та створення компактних автономних систем малої генерації електричної енергії. Бібл. 20, рис. 7.

Ключові слова: сплави з пам'яттю форми, тепловий двигун, електрогенерація.

Вступ. Актуальність утилізації низькопотенційної теплової енергії (до 100 °C) обумовлена значними втратами тепла у промислових та енергетичних системах, а також необхідністю підвищення енергоефективності та зменшення викидів парникових газів [1, 2]. Традиційні теплові цикли мають низький коефіцієнт корисної дії за малих температурних напорів, що стимулює пошук альтернативних підходів до перетворення теплової енергії [3, 4].

Одним із перспективних напрямів є використання сплавів з пам'яттю форми (SMA – Smart Memory Alloys), здатних здійснювати оборотні термомеханічні фазові перетворення та безпосередньо перетворювати теплову енергію в механічну роботу [5, 6]. Теоретичні засади створення теплових двигунів на основі SMA були закладені у класичних роботах [7, 8], а подальший розвиток цього напрямку показав можливість ефективної роботи таких двигунів за малих температурних градієнтах [9, 10].

© Козирський В.В., Жильцов А.В., Бунько В.Я., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0001-6780-9750>; ** <https://orcid.org/0000-0002-1688-7879>;

*** <https://orcid.org/0000-0002-9403-8135>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

Останні дослідження підтверджують перспективність застосування SMA-двигунів для генерації електричної енергії з низькопотенційних джерел тепла [4, 10–12]. Разом з тим більшість опублікованих робіт базується на спрощених квазістатичних моделях, що не враховують динамічні ефекти, циклічний тепломасообмін і термомеханічний гістерезис матеріалу [13, 14].

Метою роботи є розроблення фізично обґрунтованої математичної моделі теплового двигуна з приводними пружинами зі сплаву NiTi, яка враховує циклічний нагрів і охолодження, термомеханічний гістерезис фазового переходу, динаміку обертання та електромеханічну взаємодію з генератором, а також оцінка енергетичних характеристик електроустановки під час роботи з низькопотенційними джерелами тепла [10, 15].

Матеріали та методи дослідження. Як приводні елементи використано пружини зі сплаву NiTi, фізичні та термомеханічні властивості яких детально описано у роботах [5, 16, 17]. Сплави цієї групи характеризуються значною величиною допустимої оборотної деформації, високою питомою механічною енергією та вузькою петлею температурного гістерезису, що робить їх придатними для використання у теплових двигунах [6, 9, 18].

Експериментальні дослідження термомеханічних характеристик SMA-пружин, а також попередні результати створення теплових двигунів на їхній основі наведено в роботах [13, 15], що стало вихідною базою для побудови математичної моделі у даній роботі.

Чисельне розв'язання системи диференціальних рівнянь виконано у програмному середовищі Python з використанням методів Рунге-Кутти четвертого-п'ятого порядку, що широко застосовуються для моделювання динаміки нелінійних термомеханічних систем [19].

Математична модель. У процесі дослідження характеристик установки генерації електричної енергії з твердотільним тепловим двигуном на основі приводних елементів зі сплаву з пам'яттю форми застосовано три рівні математичного моделювання, які відрізняються ступенем фізичної деталізації та складністю. Такий підхід дає змогу перевірити узгодженість результатів, оцінити вплив прийнятих спрощень та забезпечити надійність кінцевих висновків.

1. Аналітична квазістатична модель. Аналітична квазістатична модель використовується для попередньої інженерної оцінки потужності теплового двигуна та встановлення загального характеру залежності енергетичних параметрів від температури теплоносія. Модель призначена для: швидких оцінок; аналізу масштабування; вибору базових геометричних параметрів.

У моделі приймаються такі спрощення: сила, що розвивається SMA-пружиною, є лінійною функцією температури у діапазоні фазового переходу; оберти робочого колеса задаються емпіричною залежністю від температури; тепла та механічна інерція системи не враховується; процес вважається квазістатичним.

Математичний запис.

Сила однієї пружини:

$$F_{SMA}(T) = F_{\max} \frac{T - T_s}{T_f - T_s}, \quad T_s \leq T \leq T_f; \quad (1)$$

крутний момент

$$M_{SMA}(T) F_{SMA}(T) m = \sin \sum \alpha_i; \quad (2)$$

механічна потужність

$$P_{\text{мех}}(T) = M_{SMA}(T) \omega(T); \quad (3)$$

електрична потужність

$$P_{\text{ел}}(T) = \eta_{\Sigma} P_{\text{мех}}(T), \quad (4)$$

де T – температура SMA-пружини, °C; T_s , T_f – температури початку і закінчення відновлення форми пружини, °C; F_{\max} – максимальна експериментальна сила SMA-пружини, Н; m – плече прикладання сили (ексцентриситет), м; α_i – кут між силою i -тої пружини та дотичною, рад; $\omega(T)$ – кутова швидкість робочого колеса, рад/с; η_{Σ} – сумарний ККД механіко-електричного перетворення, в.о.; $P_{\text{мех}}(T)$ – механічна потужність, Вт.

2. Квазістаціонарна модель балансу моментів. Квазістаціонарна модель призначена для уточнення енергетичних характеристик з урахуванням взаємодії двигуна з електричним генератором. Вона використовується для: оцінки впливу електричного навантаження; визначення усталених обертів; аналізу режимів роботи генератора.

Основні припущення: процес розглядається як послідовність усталених станів; теплові процеси вважаються миттєвими відносно механічних. Враховується баланс крутних моментів; інерційні члени у рівнянні руху не враховуються.

Математичний запис.

Усталений режим визначається умовою

$$M_{SMA}(T) = M_{gen}(\omega) + M_f, \quad (5)$$

де

$$M_{gen}(\omega) = k_t \frac{k_e \omega - U_L}{R_g},$$

після знаходження ω визначається

$$P_{el} = \eta_{\Sigma} M_{SMA} \omega, \quad (6)$$

де $M_{SMA}(T)$ – крутний момент SMA-пружини, Н·м; $M_{gen}(\omega)$ – гальмівний момент електричного генератора, Н·м; M_f – момент механічних втрат (тертя, опір у підшипниках), Н·м; k_e – коефіцієнт електропружної сили генератора, В·с/рад; U_L – електрична напруга на затискачах споживача, В; R_g – внутрішній опір генератора, Ом.

3. *Повна динамічна ODE-модель (Ordinary Differential Equations)*. Повна динамічна модель є основною моделлю дослідження і використовується задля: аналізу перехідних процесів; дослідження самозапуску; визначення реальних усталених режимів; порівняння з експериментом.

Основні припущення: теплові та механічні процеси є нестационарними; температура SMA визначається рівнянням теплопереносу; враховується термомеханічний гістеріз фазового переходу; враховується інерція механічної системи; генератор моделюється як електромеханічне навантаження.

Математичний запис.

Система диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} m_s c_s \frac{dT_s}{dt} = h(\theta) A_s (T_{env} - T_s) - \dot{Q}_{tr}; \\ I \frac{d\omega}{dt} = M_{SMA}(T_s, F, \omega) - M_{gen}(\omega) - M_f; \\ F_{SMA} = F_{max} \xi(T_s, \sigma) g(\omega), \end{cases} \quad (7)$$

де

$$g(\omega) = \frac{1}{1 + \omega \cdot (\omega_c)^{-1}}, \quad \sigma = \frac{F_{SMA}}{A_s},$$

де m_s – маса SMA-пружини, кг; c_s – питома теплоємність SMA, Дж/(кг·К); $h(\theta)$ – циклічний коефіцієнт теплообміну, Вт/(м²·К); A_s – площа теплообміну SMA-пружини, м²; θ – кутове положення пружини на робочому колесі, рад; T_{env} – температура навколишнього середовища (вода або повітря), °С; \dot{Q}_{tr} – теплові втрати (теплопровідність у кріплення, випромінювання тощо), Вт; t – час, с; I – зведений момент інерції робочого колеса та приєднаних мас, кг·м²; $M_{gen}(\omega)$ – гальмівний електромагнітний момент генератора, Н·м; M_f – момент механічних втрат (тертя), Н·м; ω_c – характерна швидкість фазового переходу SMA, рад/с; ξ – частка аустеніту, в.о.

Рівняння для сили SMA-пружини має неявний характер і розв'язується самоузгоджено з урахуванням впливу напруження на температуру фазового переходу.

Термомеханічний гістерезис фазового переходу під час нагрівання

$$\xi_h(T) = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \left(\frac{T - T_{A,m}}{\Delta T_h} \right) \right]; \quad (8)$$

охолодження

$$\xi_c(T) = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \left(\frac{T - T_{M,m}}{\Delta T_c} \right) \right]; \quad (9)$$

де $T_{A,m}$, $T_{M,m}$ – середні температури фазових переходів, К; ΔT_h , ΔT_c – ширина петлі гістерезису, К.

Рівняння теплопереносу для SMA-пружили сформульовано на основі класичних підходів до нестационарного теплообміну з урахуванням прихованої теплоти фазового переходу [5, 20].

Модель термомеханічного гістерезису фазового переходу побудовано з використанням феноменологічних залежностей типу \tanh , що добре зарекомендували себе під час опису аустенітно-мартенситних перетворень у сплавах NiTi [6, 16, 17].

Динамічне рівняння обертання робочого колеса з урахуванням електромагнітного гальмування генератора сформульовано на основі класичних положень електромеханіки та теорії електричних машин [12].

Вихідні дані для чисельного моделювання: кількість пружин – 36 шт.; активних пружин – 18 шт.; діаметр дроту – 2 мм; температура води – 80-95 °С; оберти робочого колеса – 95-120 об/хв; передавальне число – 1:3. В основу фізичного і теоретичного моделювання установки покладено кінематичну схему, яку показано на рис. 1 і 2 [1].

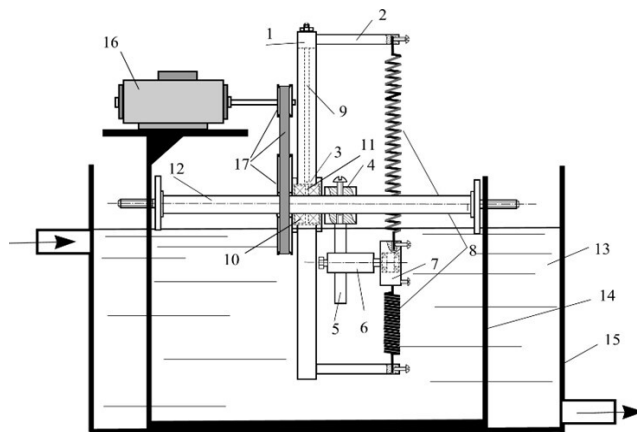


Рис. 1

Установка для генерації електроенергії на базі низькотемпературних джерел теплової енергії та фізичних властивостей сплавів з пам'яттю форми складається з: 1 – робоче колесо; 2 – стержень кріплення пружин із функціонального сплаву (ФС); 3 – втулка робочого колеса; 4 – втулка-фіксатор; 5 – стержень; 6 – повзунок; 7 – втулка; 8 – пружини із ФС; 9 – спиці робочого колеса; 10 – підшипники; 11 – стопорна втулка; 12 – вісь робочого колеса; 13 – вода; 14 – станина кріплення двигуна; 15 – ємність для води; 16 – електричний генератор; 17 – шків та ремінна передача.

Кінематичну схему робочого колеса теплового двигуна і вектори сил пружини із ФС під час нагрівання зображено на рис. 2.

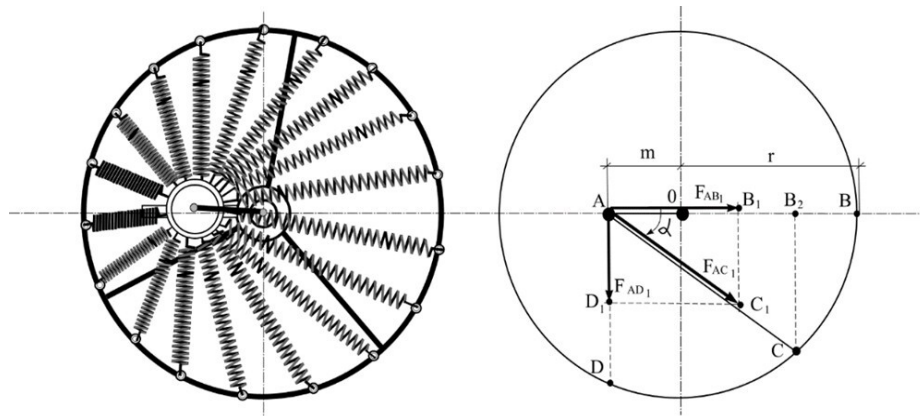


Рис. 2

Наведений на рис. 1 і 2 варіант теплового двигуна з вертикальним робочим колесом радіусом $r = 350$ мм містить 36 пружин із сплаву Ni-Ti-Cu (сплав зі звуженим термомеханічним гістерезисом і температурою початку відновлення форми $A_S \approx 50$ °С). Пружини виготовлені із проводу діаметром 2 мм, діаметр пружини 20 мм, довжина проводу 950 мм, кількість витків у пружині 15. Експериментальними дослідженнями встановлено, що одна пружина генерує реактивне зусилля 40 Н за температури 90-95 °С. Центр дії генерованих сил кожної пружини розташований у точці А, віддаленій від центра робочого колеса на відстань $m = 120$ мм (відрізок AO). Генероване зусилля пружиною, наприклад F_{AC1} , має дві складові – вертикальну F_{AD1} і горизонтальну F_{AB1} . Вертикальна складова F_{AD1} діє на плече AO і створює обертовий момент для робочого колеса. Задля генерації електричної енергії застосовано генератор G-160 (потужність 300 Вт, номінальні оберти 300 об/хв, номінальна напруга 48 В) механічно приєднаний через ремінну передачу до робочого колеса (передаточне число ремінної передачі 1:3). Температура повітря оточуючого середовища +15 °С. У ємності 15 (рис. 1) вода нагрівається від 15 до 95 °С. Вода у ємності 15 знаходиться на рівні точки А (центру робочого колеса).

Таким чином, у воді, що нагрівається, будуть перебувати 18 приводних пружин із сплаву з пам'яттю форми.

Результати чисельного моделювання. Отримані чисельні результати підтверджують, що запропонована модель адекватно описує як перехідні, так і усталені режими роботи теплового двигуна. Аналогічні закономірності самостабілізації обертів та насичення потужності відзначалися і в інших роботах, присвячених SMA-двигунам [4, 10, 14].

На рис. 3 – 5 наведено результати моделювання режимних параметрів для установки генерації механічної і електричної потужності. Зокрема, на рис. 3 відображено процес нагрівання однієї пружини у часі. Горизонтальні площадки на кривій процесу нагрівання пружини відображають процес періодичного охолодження пружини у повітрі під час кругового її руху з робочим колесом двигуна.

На рис. 4 зображено зміну обертів робочого колеса теплового двигуна у часі.

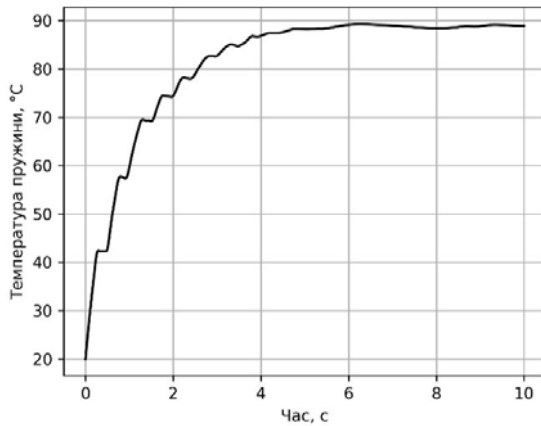


Рис. 3

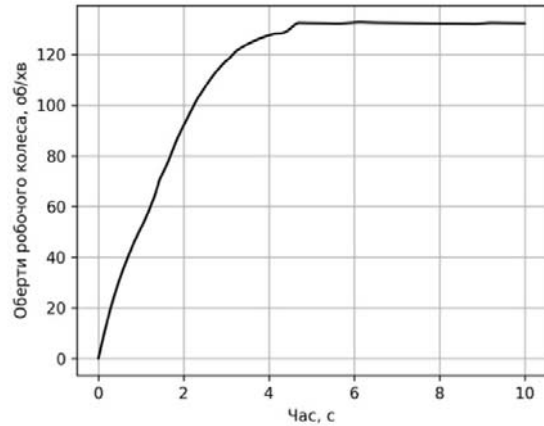


Рис. 4

Криві наростання механічної та електричної потужностей під час пуску установки показано на рис. 5. Залежність електричної потужності від температури води, отриману різними методами моделювання, показано на рис. 6.

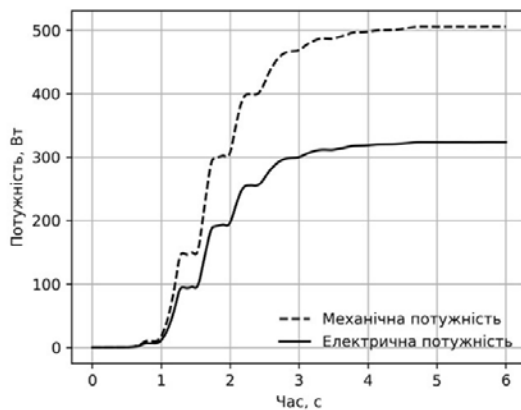


Рис. 5

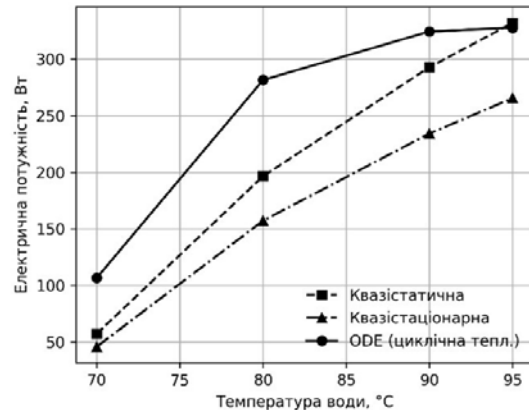


Рис. 6

Порівняння результатів чисельного моделювання електричної потужності. У роботі електрична потужність теплового двигуна на основі пружин зі сплаву з пам'яттю форми визначена трьома незалежними підходами, що відрізняються рівнем фізичної деталізації: аналітична квазістатична модель; квазістаціонарна модель балансу моментів; повна динамічна ODE-модель (з урахуванням теплопереносу та інерції).

Такий підхід дає можливість: перевірити стійкість результатів; оцінити вплив фізичних спрощень; показати еволюцію від простої інженерної оцінки до повної фізичної моделі.

1. *Характеристика методів розрахунку.*

Метод 1 – аналітична квазістатична модель: передбачає лінійну залежність сили SMA від температури, задану емпіричну залежність обертів від температури та ігнорування динаміки та теплової інерції. Цей метод дає нижню інженерну оцінку потужності.

Метод 2 – квазістаціонарна модель: враховує баланс крутних моментів, зменшення обертів під дією електричного навантаження генератора; спрощений облік тертя. Дає більш реалістичну, але все ще консервативну оцінку.

Метод 3 – повна динамічна ODE-модель: враховує нестационарний теплоперенос, термомеханічний гістерезис SMA, інерцію механічної системи, електромагнітне гальмування генератора; самостабілізацію режиму. Цей підхід дає найбільш фізично коректний результат.

Таким чином, порівняння результатів, отриманих трьома незалежними методами моделювання, показало, що спрощені аналітичні та квазістаціонарні підходи дають консервативну оцінку електричної потужності. Найбільш фізично коректні значення отримано за допомогою повної динамічної ODE-моделі, яка враховує теплову інерцію та термомеханічний гістерезис приводних елементів. Різниця між квазістаціонарною та динамічною моделями не перевищує 15-20 % у робочому температурному діапазоні, що підтверджує узгодженість результатів.

У представлений моделі розглянуто односторонній ефект пам'яті форми. Разом з тим попередні експериментальні дослідження прототипу показали прояв двостороннього ефекту пам'яті форми (TWSME – Two-Way Shape Memory Effect) у приводних елементах, який може призводити до додаткової активної деформації під час охолодження. Вироби із SMA матеріалів мають властивість набувати двостороннього ефекту пам'яті після певної кількості циклів деформацій і нагрівання (тренування виробу). Урахування цього ефекту потребує введення власної температурної деформації та є предметом подальших досліджень.

Наближено цей ефект можна врахувати наступним чином. Додаткова самогенерована сила під час охолодження

$$F_{TW}(T) = \alpha_{TW} F_{\max} (1 - \xi(T, \sigma)), \quad (10)$$

де $\alpha_{TW} = 0,15$ – інтенсивність двостороннього ефекту (15 % від F_{\max} , обережна оцінка); $\xi(T, \sigma)$ – термомеханічна фазова змінна.

Після повного фазового переходу аустеніту в мартенсит ($\xi \rightarrow 0$) виникає активна сила без зовнішнього навантаження – фізична сутність TWSME. Відповідно, крутний момент у ODE-моделі буде визначатися

$$M_{SMA}^{TW} (F_{\max} \xi + F_{TW}) g(\omega) m = \sin \sum \alpha_i. \quad (11)$$

Чисельне моделювання електричної потужності з урахуванням ефекту TWSME показано на рис. 7, який характеризує вплив двостороннього ефекту пам'яті форми на електричну потужність теплового двигуна.

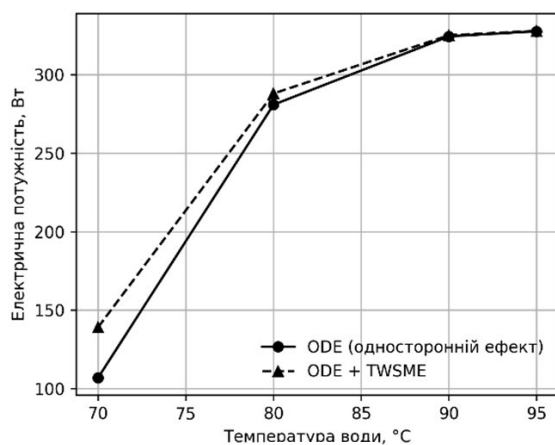


Рис. 7

Вплив двостороннього ефекту пам'яті форми шляхом введення спрощеної самогенерованої силової складової показав, що за температур теплоносія в діапазоні 70-80 °C електрична потужність може зростати на 20-30 %, тоді як за температури понад 90°C вплив цього ефекту практично зникає. Це свідчить про перспективність використання «навчених» SMA-елементів задля утилізації низькопотенційного тепла, але повноцінне моделювання TWSME потребує введення додаткової внутрішньої змінної – власної температурної деформації та відповідної експериментальної ідентифікації параметрів, що виходить за межі даної роботи і є предметом подальших досліджень.

Обговорення результатів. Отримані результати чисельного моделювання дають можливість зробити низку принципових висновків щодо фізики процесів та ефективності роботи теплового двигуна з приводними елементами зі сплаву з пам'яттю форми. Передусім встановлено, що часткове занурення приводних SMA-пружин у теплоносії не лише не знижує енергетичних характеристик установки, а навпаки – формує стійкий циклічний режим нагрівання та охолодження, який є необхід-

ною умовою виникнення нетто-крутного моменту. Такий режим роботи добре узгоджується з експериментальними спостереженнями для подібних конструкцій, наведеними в роботах [13, 15], і підтверджує доцільність використання вертикальної компоновки робочого колеса.

Важливим результатом є встановлення ролі термомеханічного гістерезису фазового переходу SMA як активного фізичного механізму генерації механічної роботи. На відміну від традиційного трактування гістерезису як джерела втрат у даній установці саме різниця термомеханічних шляхів у процесі нагрівання та охолодження приводних елементів забезпечує виникнення результуючого обертового моменту. Таким чином, гістерезис є не паразитним, а функціональним чинником роботи твердотілого теплового двигуна, що узгоджується з теоретичними положеннями, викладеними у [4, 9].

Порівняння трьох рівнів математичного моделювання показало, що аналітична квазістатична та квазістаціонарна моделі балансу моментів забезпечують консервативну оцінку електричної потужності і можуть ефективно використовуватися на етапі попереднього інженерного проектування. Водночас повна динамічна ODE-модель, яка враховує нестационарний теплоперенос, інерцію механічної системи та електромеханічну взаємодію з генератором, дає змогу коректно описати перехідні процеси, самозапуск і самостабілізацію режимів роботи установки. Різниця між результатами квазістаціонарної та динамічної моделей у робочому температурному діапазоні не перевищує 15-20 %, що свідчить про внутрішню узгодженість підходів та достовірність отриманих числових оцінок.

Окремої уваги заслуговує аналіз впливу двостороннього ефекту пам'яті форми (TWSME). Навіть у спрощеній феноменологічній постановці показано, що за температур теплоносія 70-80°C TWSME може забезпечити істотне зростання електричної потужності установки, що особливо важливо для утилізації низькопотенційного тепла. Водночас зменшення впливу цього ефекту за вищих температур є фізично обґрунтованим наслідком повного аустенітного перетворення. Повноцінне врахування TWSME потребує введення додаткової внутрішньої змінної – власної температурної деформації матеріалу та експериментальної ідентифікації відповідних параметрів, що обґрунтовано винесено за межі даної роботи.

Загалом результати моделювання підтверджують, що запропонована установка здатна ефективно перетворювати низькопотенційну теплову енергію у механічну та електричну з вихідною потужністю, достатньою для практичних застосувань у системах утилізації відпрацьованого тепла.

Висновки.

1. Розроблено фізично обґрунтовану багаторівневу математичну модель твердотілого теплового двигуна з приводними пружинами зі сплаву з пам'яттю форми, яка поєднує аналітичний, квазістаціонарний та повний динамічний підходи і дає можливість комплексно аналізувати робочі режими установки.

2. Повна динамічна ODE-модель враховує нестационарний теплоперенос, циклічний нагрів і охолодження приводних елементів, термомеханічний гістерезис фазового переходу, інерцію механічної системи та електромеханічне навантаження генератора, що забезпечує високу фізичну адекватність чисельних результатів.

3. Встановлено, що циклічне занурення SMA-пружин у теплоносій формує стабільний циклічний тепловий режим і не обмежує ефективність роботи двигуна. Термомеханічний гістерезис виступає ключовим джерелом нетто-крутного моменту та є необхідною умовою функціонування твердотілого теплового двигуна.

4. Проведене порівняння трьох методів моделювання продемонструвало, що спрощені квазістатичні підходи дають консервативну оцінку електричної потужності, тоді як повна динамічна модель забезпечує найбільш фізично коректний опис процесів. Узгодженість результатів підтверджує достовірність отриманих оцінок.

5. Встановлено, що двосторонній ефект пам'яті форми потенційно може суттєво підвищити електричну потужність установки у діапазоні низьких температур теплоносія. Це відкриває перспективи застосування навчених SMA-елементів для ефективнішої утилізації низькопотенційного тепла.

6. Визначені результати підтверджують перспективність використання теплових двигунів на основі сплавів з пам'яттю форми у системах децентралізованої генерації та утилізації відпрацьованого тепла і створюють надійну теоретичну основу для подальших експериментальних досліджень і оптимізації конструкції установки.

ELECTRICAL INSTALLATION WITH A SOLID-STATE THERMAL ENGINE BASED ON SHAPE MEMORY ALLOYS FOR GENERATING ELECTRICITY FROM LOW-POWER HEAT SOURCES

V.V. Kozyrskyi¹, A.V. Zhylysov², V.Ya. Bunko³

¹ ALOTEK Technology sp.z.o.o.,

Zadabrowie 311, Krakowska 11, 37-716, Orly, Poland.

² Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine.

³ Separated Subdivision of National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
«Berezhany Agrotechnical Institute»,

20, Akademichna Str., Berezhany, Ternopil region, 47501, Ukraine.

E-mail: VBunko@gmail.com.

*The work is devoted to the study of processes of conversion of low-potential thermal energy into electrical energy using a solid-state heat engine based on shape memory alloys (SMA). The relevance of the topic is due to significant losses of low-temperature heat in industrial and energy systems and the need to improve the energy efficiency of autonomous power sources. NiTi alloy springs are used as drive elements, which implement reversible austenite-martensite phase transformations and ensure the direct conversion of thermal energy into mechanical work. **The aim** of the work is to develop a physically based mathematical and numerical model of a heat engine, taking into account cyclic heating and cooling, thermomechanical hysteresis, the inertia of the mechanical system and electromechanical interaction with the generator, as well as to evaluate the energy characteristics of the power generation plant. A three-level approach to modelling is proposed, including an analytical quasi-static model for engineering estimates, a quasi-stationary moment balance model for determining steady states, and a complete dynamic system of differential equations that takes into account non-stationary heat transfer, phase kinetics, and inertial effects. Numerical integration was performed in Python using fourth- and fifth-order Runge–Kutta methods. The simulation results confirmed the adequacy of the proposed model and showed the formation of self-stabilised rotation modes and power saturation. It was found that simplified approaches provide a conservative estimate of energy performance, while the full dynamic model more accurately reproduces transient processes and real operating characteristics; the discrepancy between the models does not exceed 15–20%. The influence of the bilateral shape memory effect, which in the temperature range of 70–80 °C can increase electrical power by 20–30 %, was investigated. The expediency of partial immersion of SMA elements in the coolant to ensure stable cyclic heat exchange was demonstrated. The results obtained confirm the prospects of using SMA engines for the utilisation of low-potential heat and the creation of compact autonomous systems for small-scale electricity generation. References 20, figures 7.*

Keywords: shape memory alloys, heat engine, electricity generation.

1. Kozyrskyi V., Bunko V. Experimental Studies of Elements from the Functional Intermetallic Cu-Al-Mn for Construction of a Heat Engine and Power Plant. *Problems of the Regional Energetics*. 2025. No 3(67). Pp. 162-173. DOI: <https://doi.org/10.52254/1857-0070.2025.3-67.14>.
2. Otsuka K., Ren X. Physical metallurgy of Ti–Ni-based shape memory alloys. *Progress in Materials Science*. 2005. Vol. 50. Issue 5. Pp. 511-678. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2004.10.001>.
3. Lagoudas D.C. Shape Memory Alloys. New York, NY: Springer, 2008. 436 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-47685-8>.
4. Md. Ismail Hossain, Rabbi M.S., Ali M.T. Shape memory alloys in modern engineering: progress, problems, and prospects. *RSC Advances*. 2025. Vol. 15. Issue 40. Pp. 33046-33100. DOI: <https://doi.org/10.1039/d5ra04560f>.
5. Prashant Kumar, Ravi Anant Kishore, Deepam Maurya, Colin J. Stewart, Reza Mirzaeifar, Eckhard Quandt, Shashank Priya. Shape memory alloy engine for high efficiency low-temperature gradient thermal to electrical conversion. *Applied Energy*. 2019. Vol. 251. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.05.080>.
6. Wakjira J.F. The VT1 shape memory alloy heat engine design. *Virginia Tech*. 2001. 107 p. URL: <http://hdl.handle.net/10919/31196> (accessed at 10.01.2026)
7. Schiller E.H. Heat engine driven by shape memory alloys. *Virginia Tech*. 2002. 80 p. URL: <http://hdl.handle.net/10919/35185> (accessed at 10.01.2026)
8. Arthur Adeodato, Brenno T. Duarte, Luciana Loureiro S. Monteiro, Pedro Manuel C.L. Pacheco, Marcelo A. Savi. Synergistic use of piezoelectric and shape memory alloy elements for vibration-based energy harvesting. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2021. Vol. 194. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.106206>.
9. Ma J., Karaman I., Noebe R.D. High temperature shape memory alloys. *International Materials Reviews*. 2010. Vol. 55(5). Pp. 257-315. DOI: <https://doi.org/10.1179/095066010X12646898728363>.

10. Liping Kang, Hui Qian, Yuancheng Guo, Chenyang Ye, Zongao Li. Investigation of Mechanical Properties of Large Shape Memory Alloy Bars under Different Heat Treatments. *Materials*. 2020. Vol. 13(17). DOI: <https://doi.org/10.3390/ma13173729>.
11. Zanotti C., Giuliani P., Chrysanthou A. Martensitic–Austenitic phase transformation of Ni–Ti SMAs: Thermal properties. *Intermetallics*. 2012. Vol. 24. Pp. 106-114. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.intermet.2012.01.026>.
12. Dong Sun, Shuyong Jiang, Peng Lin, Bingyao Yan, Hao Feng, Ming Tang, Yanqiu Zhang. High yield stress and narrow phase transformation hysteresis of thermomechanical-processing NiTiCu shape memory alloy. *Materials Science and Engineering: A*. 2024. Vol. 897. Article no 146340. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.msea.2024.146340>.
13. Abdelmoneim El Naggari, Maged A. Youssef. Shape memory alloy heat activation: State of the art review. *AIMS Materials Science*. 2020. Vol. 7(6). Pp. 836-858. DOI: <https://doi.org/10.3934/matersci.2020.6.836>.
14. Dong Cao, Chao Liu, Zhigang Yang, Sida Zhang. A power generation device based on shape memory alloy and piezoelectric ceramic. *Materials Chemistry and Physics*. 2023. Vol. 301. Article no 127598. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2023.127598>.
15. Shadab Ahmad, Abdul Wahab Hashmi, Jashanpreet Singh, Kunal Arora, Yebing Tian, Faiz Iqbal, Mawaheb Al-Dossari, M. Ijaz Khan. Innovations in additive manufacturing of shape memory alloys: Alloys, microstructures, treatments, applications. *Journal of Materials Research and Technology*. 2024. Vol. 32. Pp. 4136-4197. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2024.08.213>.
16. H.M. Wasi Uddin, Qazi Riti Mahpara Progoti, Mahadesh Chandro Mondal, Shifat E. Arman, Sadit Bihongo Malitha. Adaptive nickel–titanium shape memory alloy for smart systems: Mechanisms, manufacturing, and applications across biomedical, aerospace, civil, and energy. *Materials Today Communications*. 2026. Vol. 50. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2025.114564>.
17. Kozyrskyi V.V, Kaplun V.V, Voloshyn S.M. Functional intermetallics in power plants. Kyiv: *Kompynt*, 2021. 347 p.
18. Chikhareva M., Vaidyanathan R. A Thermal, Mechanical, and Materials Framework for a Shape Memory Alloy Heat Engine for Thermal Management. *Nanomaterials*. 2023. Vol. 13(15). DOI: <https://doi.org/10.3390/nano13152159>.
19. Sivasanghari Karunakaran, Dayang Laila Abang Abdul Majid, Che Nor Aiza Jaafar, Muhammad Hussain Ismail, Husam Yahya Imran. Heating Techniques of Shape Memory Alloy (SMA) – A Review. *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*. 2022. Vol. 99(2). Pp. 207-220. DOI: <https://doi.org/10.37934/arfm.99.2.207220>.
20. Adrian Petru Teodoriu, Bogdan Pricop, Leandru-Gheorghe Bujoreanu. Development of an alternating heat engine, actuated by shape memory alloys. *Materials Today: Proceedings*. 2023. Vol. 72. Part 2. Pp. 607-614. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.10.226>.

Надійшла 10.02.2026

Прийнята 16.02.2026

**МУЛЬТИФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ДОЗАТОРА
УСТАНОВКИ ДЛЯ ВИРОБНИЦТВА СВИНЦЕВИХ ГРАНУЛ**

А.Ф. Жаркін *, академік НАН України, **О.І. Бондар** **, канд. техн. наук,
О.І. Глухенький ***, канд. техн. наук, **В.І. Залозний** ****, канд. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна,
e-mail: gai56@ied.org.ua.

Для електромагнітного дозатора з індукційним наведенням струму в каналі розроблено тривимірну математичну модель взаємопов'язаних електромагнітних, гідродинамічних і теплових процесів. Шляхом порівняння з експериментальними даними, отриманими для дослідного зразка МГД установки для виробництва свинцевих гранул, виконано апробацію математичної моделі електромагнітних процесів в дозаторі. За допомогою математичного моделювання досліджено фізичні процеси в системі "індуктор дозатора – замкнений канал з рідким металом – магніт дозатора". Визначено електромагнітні та енергетичні параметри дозатора, встановлено особливості теплового стану рідкого металу в його каналі. Сформульовано рекомендації щодо зниження перегріву металу в каналі дозатора. Бібл. 9, рис. 10.

Ключові слова: МГД установка, електромагнітний дозатор, мультифізичне моделювання, перегрів металу, транзитний рух.

Вступ. Широке використання безпілотних літальних апаратів (БПЛА) збройними силами російської федерації у війні проти України гостро поставило питання протидії цим системам. Виявилось, що протидія БПЛА, особливо таким малим як FPV-дрони, є надзвичайно складною та багатогранною проблемою. Не зважаючи на наявність таких високоефективних і перспективних засобів як радіоелектронне придушення, ураження надвисокочастотним та лазерним випромінюванням, на сучасному етапі свого розвитку вони не дають змоги самостійно гарантовано запобігати польоту БПЛА в район виконання завдання, мають обмеження щодо застосування зв'язку, потребують забезпечення електромагнітної сумісності з іншими радіоелектронними засобами, не мають високого ступеню вибірності стосовно цілей, що уражаються. Отже, зазначені засоби на даний час можуть бути використані задля протидії БПЛА тільки в сукупності з іншими засобами, в першу чергу із засобами фізичного та вогневого ураження [1].

Серед найбільш ефективних засобів вогневого ураження FPV-дронів можна виділити знищення їх вогнем стрілецької зброї, в першу чергу з гладкоствольних рушниць, вражаючим елементом яких переважно є свинцевий дріб [2]. Використання свинцевого дробу як вражаючого елементу набоїв дає можливість збільшити площу ураження, що важливо для протидії таким мало-розмірним швидкісним та маневреним цілям як FPV-дрони. Їхнім недоліком є недостатня ефективна дальність ураження (до 50 м). Застосування набоїв з свинцевим дробом задля протидії малим БПЛА постійно поширюється та удосконалюється. Зокрема в зоні бойових дій пропонується споряджати кожен транспортну одиницю одразу декількома штатними рушницями (дробовиками) [3]. Для протидії розвідувальним безпілотникам супротивника набуває поширення практика встановлення дробовиків на дрони-перехоплювачі [4]. Задля збільшення ефективної дальності ураження пропонуються патрони з більшим дробово/пороховим навішуванням. Ведеться пошук у напрямку

© Жаркін А.Ф., Бондар О.І., Глухенький О.І., Залозний В.І., 2026
ORCID: * <https://orcid.org/0000-0001-5996-0901>; ** <https://orcid.org/0000-0002-1678-8862>;
*** <https://orcid.org/0000-0001-5053-5677>; **** <https://orcid.org/0009-0006-9585-5010>

© Видавець ВД "Академперіодика" НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

створення більш потужних дробових набоїв для гладкоствольної зброї, підствольних гранатометів, ракетниць тощо, що буде призводити до різкого збільшення необхідних обсягів свинцевого дроби.

Потреба в набоях до гладкоствольних рушниць в Україні в основному задовольняється за рахунок імпорتنих поставок споряджених мисливських патронів, що є дорого і нераціонально. Власне виробництво свинцевого дроби є досить обмеженим та ведеться напівкустарними способами. Переважно пропонується м'який дріб, який має незадовільні балістичні показники внаслідок деформації під час пострілу. Особливо такий дріб неефективний у разі великого дробово/порохового навішування [5].

В Інституті електродинаміки НАН України в свій час було запропоновано отримувати металеві гранули розміром до 5 мм шляхом забезпечення керованого капілярного розпаду циліндричних струменів металевого розплаву за допомогою періодичних електромагнітних сил. Такі сили створюють в об'ємі рідкого металу на вході в насадок (калібровану філь'єру), що формує струмінь. Реалізація цього методу дала змогу розробити низку дослідних (лабораторних) магнітогідродинамічних (МГД) пристроїв для гранулювання різних металів та сплавів [6]. Одним з прикладів такої реалізації стала МГД установка для виробництва свинцевого дроби, яка поєднує в собі процеси плавлення металу в індукційній каналній печі, перемішування розплаву й підтримання стабільного його рівня за допомогою магнітодинамічного насосу, формування і подрібнення циліндричних струменів в електромагнітному дозаторі з утворенням монодисперсних сферичних частинок розплаву та кристалізацію останніх у водяних плівках. Таким чином, завантажуючи в цю установку твердий метал, на виході її отримують готовий дріб.

МГД установка для виробництва свинцевого дроби дає можливість оперативно організувати без значних додаткових фінансових витрат компактне виробництво свинцевого дроби; отримати для спорядження протидронових набоїв твердий дріб (за рахунок кристалізації та швидкого охолодження у воді); використовувати як вихідну сировину замість первинного свинцю більш дешевий вторинний свинець; відмовитися від застосування дорогих та шкідливих добавок задля збільшення поверхневого натягу розплаву (наприклад, з'єднань миш'яку); суттєво спростити (порівняно з класичним способом лиття) технологічний процес за рахунок виключення цілого ряду операцій, таких як попередня підготовка розплаву (плавлення, рафінування, приготування сплаву), сортування (відбраковування) і класифікація за розмірами дроби та ін., що вимагають додаткового робочого персоналу, дороговартісного промислового обладнання та значних робочих площ для його розміщення.

Керований розпад струменів рідкого металу в МГД установці здійснюється за допомогою електромагнітних сил, що наводяться в рідкому металі в результаті взаємодії перехресних електричних і магнітних полів. Конструктивно електромагнітні дозатори виконуються у вигляді електромагніту постійного або змінного струму, в проміжку якого розміщено канал з рідким металом. В каналі протікає повздовжній змінний електричний струм, який підводиться кондуктивно або наводиться індуктором. У результаті взаємодії цього струму з поперечним магнітним полем електромагніту в рідкому металі виникають періодичні електромагнітні сили, які викликають модуляцію тиску в рідкому металі над насадком, а, відповідно, і модуляцію швидкості струменя, що витікає з насадка, сприяючи в подальшому його регулярному розпаду на окремі краплі під дією сил поверхневого натягу.

У випадку індукційного наведення струму в каналі дозатора МГД установка для виробництва свинцевого дроби складається з двох практично однакових за складом та незалежних одна від одної електромагнітних систем, до складу кожної з яких входить індуктор, заповнений рідким металом замкнений канал та електромагніт. Плавлення металу та підтримання необхідного температурного режиму розплаву в обох системах забезпечується за рахунок вибору величини електричного струму у відповідних каналах, силова дія на метал – за рахунок взаємодії повздовжнього струму в каналах з поперечним магнітним полем електромагнітів. В роботі [7] на основі тривимірного комп'ютерного моделювання розглянуто електромагнітні процеси в першій з цих систем, а саме: в системі "індукційна канална піч – рідкометалевий насос", що, зокрема, дало змогу розрахунковим шляхом дослідити можливість реалізації в установці фазового керування електромагнітним тиском рідкометалевого насоса.

Мета цієї роботи – для МГД установки для виробництва свинцевого дроби з індукційним наведенням струму в каналі електромагнітного дозатора на основі тривимірного математичного моделювання взаємопов'язаних електромагнітних, гідродинамічних і теплових процесів визначити електромагнітні та енергетичні параметри електромагнітного дозатора, дослідити їхній вплив на

технологічний режим роботи дозатора, встановити закономірності теплового стану рідкого металу в каналі дозатора та визначити шляхи вдосконалення конструкції установки. Задачі цього дослідження полягають у розробці математичної моделі взаємопов'язаних мультифізичних процесів в електромагнітному дозаторі, визначенні на основі комп'ютерного моделювання його основних енергетичних та електромагнітних параметрів, пошуку рішень щодо зниження перегріву металу в каналі дозатора.

Доцільність використання індуктивного наведення струму в каналі дозатора МГД установки виникла внаслідок необхідності підвищення продуктивності установки, що можливо реалізувати за рахунок збільшення частоти розпаду струменів. Для цього запропоновано підвищити частоту струму в каналі дозатора, а періодичні електромагнітні зусилля створювати за рахунок взаємодії змінного електричного струму в каналі з магнітним полем електромагніту постійного струму. Підвищення частоти струму в каналі дозатора, величина якого в процесі роботи може сягати значень до 600 А, зробило нераціональним його кондуктивне підведення, враховуючи підвищені втрати потужності та падіння напруги в кабелях між дозатором та джерелом живлення.

На рис. 1 схематично представлено конструктивну схему електромагнітного дозатора дослідної МГД установки з індуктивним наведенням електричного струму в каналі. Замкнений канал 1 під'єднано до робочого відсіку 2 ванни з рідким металом, де підтримується постійний рівень рідкого металу H . Електричний струм в каналі наводиться за допомогою індуктора 3. До складу дозатора також входить електромагніт постійного струму 4, в проміжку якого знаходиться робоча частина каналу з насадками 5, що формують циліндричні струмені рідкого металу. Індуктор дозатора живиться від перетворювача частоти, який має здатність незалежно регулювати напругу в межах від 0 до 380 В і частоту в діапазоні 100...400 Гц.

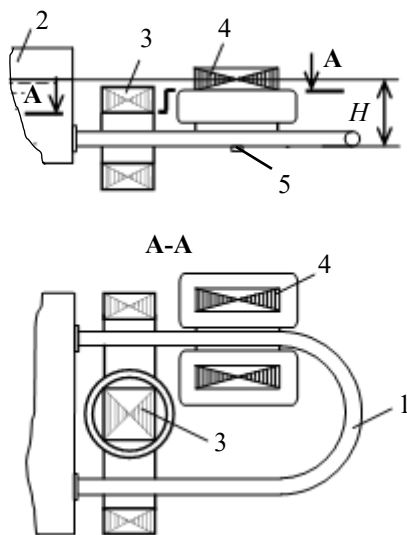


Рис. 1

дозатора в процесі його роботи. Як відомо, використання методів математичного моделювання в доповнення до експериментальних досліджень дає змогу глибше зрозуміти взаємозв'язок фізичних явищ в складному технологічному обладнанні, що сприяє як знаходженню оптимальних конструктивних рішень для його складових елементів, так і вибору раціональних технологічних режимів його експлуатації.

Математична модель. Розрахункове дослідження фізичних процесів в електромагнітному дозаторі з індуктивним наведенням електричного струму в каналі потребує вирішення електромагнітної, гідродинамічної та теплової задач. Моделювання мультифізичних процесів виконувалося в програмному середовищі Comsol Multiphysics [8]. Досліджувався усталений режим роботи дозатора, для якого як вихідні дані розглядалися напруга чи струм індуктора дозатора, частота та продуктивність дозування. Розрахункову область системи «індуктор – замкнений канал – магніт дозатора» із скінченно-елементним сітковим розбиттям представлено на рис. 2. Математична модель фізичних процесів, що розглядаються в цій роботі, включає в себе рівняння електромагнітного поля, гідродинаміки та теплопередачі.

Задача розрахунку електромагнітного поля вирішувалася без врахування електрорушійних сил за рахунок руху розплаву в магнітному полі, оскільки для робочого діапазону частот струму в каналі дозатора 100-400 Гц вони нехтовно малі відносно електрорушійних сил електромагнітної індукції. Прийняте спрощення дало можливість скористатися для моделювання електромагнітних процесів інтерфейсом "Магнітні поля" (The Magnetic Fields interface), особливістю якого в частотній області є застосування калібрувального перетворення відносно векторного магнітного потенціалу. Воно дає змогу виключити з розгляду скалярний електричний потенціал і тим самим скоротити кількість незалежних змінних системи рівнянь з чотирьох до трьох. Рівняння для розрахунку електромагнітного поля відносно отриманого внаслідок калібрувального перетворення векторного магнітного потенціалу \mathbf{A} в загальному випадку має вигляд

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{A}) + (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r) \mathbf{A} = \mathbf{J}_e, \quad (1)$$

де μ_0 і ε_0 – магнітна та діелектрична проникність вакууму; μ_r і ε_r – відносні магнітні і діелектричні проникності; σ – питома електропровідність; ω – кутова частота; \mathbf{J}_e і \mathbf{A} – відповідно комплексні амплітуди густини зовнішнього (заданого) струму та векторного магнітного потенціалу.

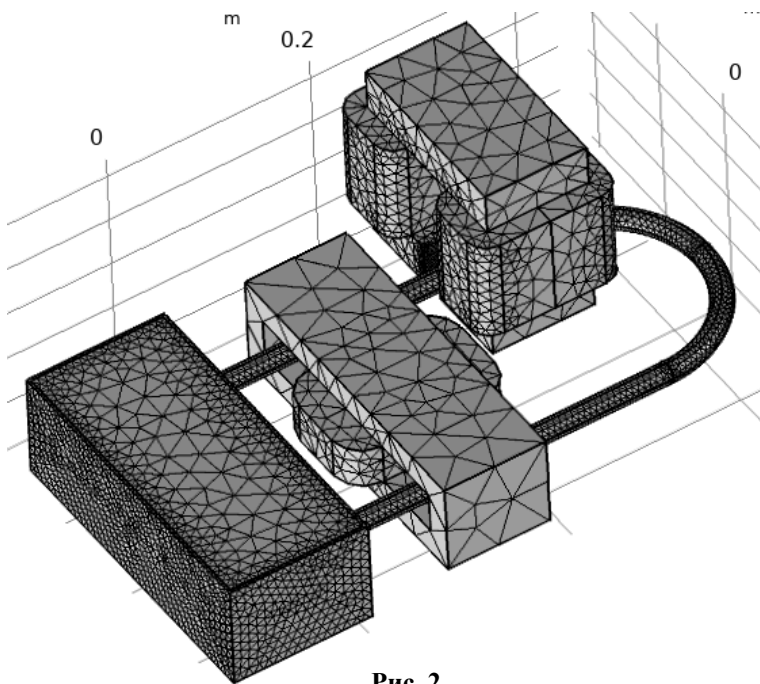


Рис. 2

Зазначений інтерфейс опціонально для багатовиткових котушок по результатам розрахунків, виходячи з положень теорії електричних кіл ($\dot{U} = \dot{I}R + j\omega\dot{\Psi}$, де \dot{U} , \dot{I} , $\dot{\Psi}$ – комплексні значення напруги, струму та потокозчеплення котушки, R – її опір), дає можливість за умови заданого струму в котушках визначати на них напругу, і, навпаки, за умови заданої напруги на котушках – визначати в них струм.

Необхідно зазначити, що мова йде про поняття електричної напруги, яке використовується в теорії електричних кіл та на практиці. Це варто уточнювати, оскільки в загальних рамках теоретичної електротехніки, як відомо [9], теорія електричних кіл та теорія електромагнітного поля використовують різні поняття електричної напруги, які радикально відрізняються між собою.

Нагадаємо, що в теорії електричних кіл напруга визначається як різниця скалярних електричних потенціалів, є однозначною величиною між двома довільними точками електричного кола, а сума напруг по замкненому контуру дорівнює нулю. В теорії електромагнітного поля напруга визначається як інтеграл напруженості електричного поля між двома точками, значення якого залежить від шляху інтегрування, а інтеграл по замкненому контуру в загальному випадку не дорівнює нулю.

Граничною умовою для електромагнітної задачі була умова магнітної ізоляції $\mathbf{n} \times \mathbf{A} = 0$, де \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до зовнішніх границь розрахункової області (зовнішня область у вигляді прямокутного паралелепіпеду на рис. 2 не показана).

Електромагнітна задача вирішувалася в лінійній постановці з використанням постійного значення відносної магнітної проникності $\mu_r = \text{const}$ для шихтованих феромагнітних осердь та без врахування залежності питомої електропровідності σ від температури, оскільки температура каналу з рідким металом для усталеного режиму роботи електромагнітного дозатора змінюється несуттєво.

За результатами розрахунку визначалися середні за період об'ємні електромагнітні сили \mathbf{f} в рідкому металі та питома потужність q від струмів в каналі дозатора, які використовувалися, відповідно, в гідродинамічній та тепловій задачах

$$\mathbf{f} = 0,5 \text{Re}(\mathbf{J} \times \mathbf{B}^*), \quad (2)$$

$$q = 0,5 \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* / \sigma, \quad (3)$$

де \mathbf{J} , \mathbf{J}^* і \mathbf{B} – комплексна амплітуда густини струму провідності, спряжені комплексні амплітуди густини струму провідності та індукції магнітного поля відповідно.

Гідродинамічна задача розраховувалася для об'єму рідкого металу дозатора. Швидкість \mathbf{u} рідкого металу визначалася шляхом рішення рівнянь Нав'є-Стокса для стаціонарної течії з використанням k - ε моделі турбулентності для розрахунку коефіцієнтів ефективної динамічної в'язкості

$$\rho_m (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot (\eta_{\text{эф}} \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f}; \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (5)$$

де ρ_m – густина рідкого металу; p – тиск; $\eta_{\text{эф}}$ – коефіцієнт ефективної динамічної в'язкості металу; \mathbf{f} – об'ємна електромагнітна сила в рідкому металі, обчислена за результатами розрахунку електромагнітної задачі.

Як фактор, що визначає основний рух рідкого металу в дозаторі, задавалася гранична умова виходу на вільній поверхні отвору насадка для формування циліндричних струменів рідкого металу з заданим значенням масової продуктивності дозатора G [кг/год]. Для отвору в дні робочого відсіку ванни з рідким металом, через який метал подається рідкометалевим насосом в дозатор, задавалася гранична умова входу з відповідним виходу значенням масової продуктивності. Граничні умови на стінках каналу та робочого відсіку ванни задавалися у вигляді логарифмічного профілю швидкості для приграничного шару. На верхній (вільній) поверхні рідкого металу у відсіку ванни приймалася умова ковзання за відсутності нормальної складової швидкості руху.

Теплова задача розраховувалася для об'єму рідкого металу, металевих стінок ванни та каналу дозатора. Для моделювання теплових процесів використовувалося стаціонарне рівняння теплопровідності з врахуванням тепломасопереносу за рахунок руху рідкого металу

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\lambda_{\text{эф}} \nabla T) + q, \quad (6)$$

де C_p – питома теплоємність; T – абсолютна температура; $\lambda_{\text{эф}}$ – коефіцієнт ефективної теплопровідності; q – внутрішні джерела теплоти, обумовлені протіканням в рідкому металі та стінках каналу електричного струму, розподіл яких визначено за результатами розрахунку електромагнітної задачі.

Введення в рівняння (6) коефіцієнта ефективної теплопровідності дає можливість врахувати додаткову передачу теплоти за рахунок турбулентних пульсацій, що виникають за турбулентного руху розплаву. Під час розрахунків приймалося, що $\lambda_{\text{эф}}$ перевищує молекулярне значення коефіцієнта теплопровідності для рідкого металу на порядок (в десять раз).

Питомий тепловий потік з поверхні дзеркала рідкого металу у ванні за рахунок випромінювання враховувався відповідно до загальновідомого виразу

$$P_{\text{rad}} = \xi \sigma_{SB} (T^4 - T_0^4), \quad (7)$$

де $\xi = 0,3$ – приведена ступінь чорноти поверхні розплаву; $\sigma_{SB} = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴) – постійна Стефана-Больцмана; температура навколишнього середовища вважалася рівною $T_0 = 300$ К.

Додатково для цієї поверхні враховувалася втрата тепла за рахунок конвекційної тепловіддачі

$$P_{\text{conv}} = h(T - T_0), \quad (8)$$

де $h = 10$ Вт/(м²К) – коефіцієнт тепловіддачі (КТВ) для горизонтальної поверхні за природної конвекції.

Обране значення коефіцієнта тепловіддачі є близьким до верхньої межі діапазону значень 6-12 Вт/(м²К), який рекомендовано для розміщених в приміщеннях плоских поверхонь, теплоізованих вертикальних та горизонтальних трубопроводів за вільної конвекції (діючі в Україні СНиП 2.04.14-88. Додаток 9). Зазначимо, що для розрахункової оцінки теплового стану розплаву в каналі дозатора точність завдання значень КТВ не є принциповим моментом. Тому, в першому наближенні дане значення КТВ буде використовуватись і надалі в тепловій задачі під час визначення втрат тепла за рахунок вільної конвекції з усіх інших поверхонь.

Питомий тепловий потік до навколишнього середовища з теплоізованих поверхонь ванни та каналу дозатора з метою спрощення моделювання також визначався відповідно до виразу (8) шляхом введення ефективного коефіцієнта тепловіддачі $h_{\text{эф}}$, який інтегрально враховує тепловий опір

теплоізоляції та конвекційну тепловіддачу до навколишнього середовища. Такий підхід дає змогу, зокрема, уникнути «перемальовування» геометрії під час моделювання впливу товщини теплоізоляції на тепловий стан дозатора.

Значення ефективного коефіцієнта тепловіддачі для плоских поверхонь ванни дозатора визначалося у відповідності з виразом

$$h_{eff} = \left(\frac{\delta_{is}}{\lambda_{is}} + \frac{1}{h} \right)^{-1}, \quad (9)$$

де δ_{is} і λ_{is} – товщина та коефіцієнт теплопровідності ізоляції.

Для визначення ефективного коефіцієнта тепловіддачі каналу використовувався приблизний вираз, який зі зростанням товщини циліндричної теплоізоляції враховує збільшення площі поперечного перетину теплоізоляції та поверхні тепловіддачі. В межах співвідношення зовнішнього та внутрішнього діаметрів теплоізоляції $d_2/d_1 < 2$ похибка цього виразу складає менше 1 %

$$h_{eff} \approx \left(\frac{(d_2 - d_1) \cdot d_1}{\lambda_{is} \cdot (d_2 + d_1)} + \frac{1}{h \cdot (d_2/d_1)} \right)^{-1}. \quad (10)$$

На рис. 3 представлено розраховані у відповідності з виразами (9), (10) залежності ефективного коефіцієнта тепловіддачі від товщини теплоізоляції для випадків плоских поверхонь

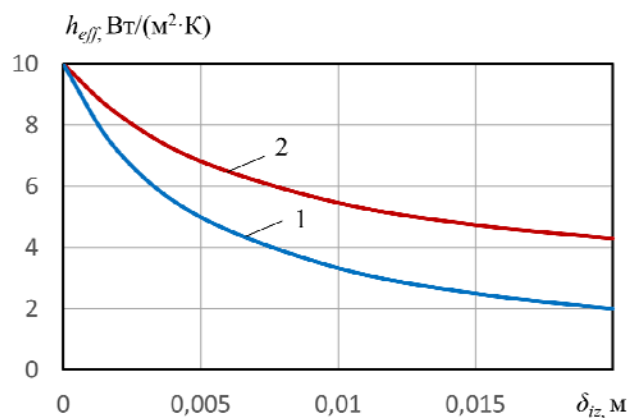


Рис. 3

та циліндричного каналу (крива 2). Залежності отримано для наступних вихідних даних: коефіцієнт теплопровідності теплоізоляції (вати з базальтових волокон) $\lambda_{is} = 0,05$ Вт/(м·К), коефіцієнт тепловіддачі $h = 10$ Вт/(м²К), діаметр каналу $d_1 = 0,02$ м. Для випадку циліндричного каналу зовнішній діаметр ізоляції визначався у відповідності до виразу $d_2 = d_1 + 2 \cdot \delta_{is}$.

Під час дослідження теплового стану каналу дозатора на теплоізолюваній поверхні дозуючого відсіку ванни постійно задавалося значення $h_{eff} = 2$ Вт/(м²·К), що відповідає товщині ізоляції для плоских стінок 20 мм. Температура розплаву на вході в робочий відсік ванни складала 600 К.

Результати комп'ютерного моделювання. В роботі представлено результати розрахункового дослідження конструкції електромагнітного дозатора дослідної МГД установки для виробництва свинцевого дробу з індуктивним наведенням струму в каналі. Площа поперечного перетину магнітного осердя індуктора складала $S = 50$ см², кількість витків обмотки – $w = 167$. Дослідження електромагнітного дозатора виконувалося в діапазоні частот 100...400 Гц за умови живлення індуктора напругою в межах від 0 до 380 В.

Для зазначених вище конструктивних параметрів індуктора дозатора значень максимальної напруги та мінімальної частоти його живлення максимальне середнє значення магнітної індукції в шихтованому феромагнітному осерді індуктора становить близько 1 Тл, що підтверджує прийнятність лінійної постановки електромагнітної задачі з заданим постійним значенням відносної магнітної проникності μ_r . Під час розрахунків її значення приймалося $\mu_r = 2000$. Значення питомої електропровідності рідкого металу та каналу дозатора в моделі приймалися постійними для температури 600 К (327 °С), яка незначно перевищує температуру плавлення свинцю (320 °С). Для розплаву свинцю задавалося значення $\sigma_{pb} = 0,85$ Ом⁻¹м⁻¹, для нержавіючої сталі – $\sigma_{st} = 1,15$ Ом⁻¹м⁻¹.

Задля перевірки адекватності розробленої математичної моделі електромагнітних процесів в дозаторі було виконано порівняння отриманих результатів розрахунку електромагнітної задачі з експериментальними даними. Експериментальні дослідження індуктора дозатора дослідної МГД установки проводились за відсутності у складі електромагнітної системи дозатора електромагніту постійного струму. Його відсутність враховувалося в моделі завданням для підобласті осердя електромагніту значення відносної магнітної проникності $\mu_r = 1$. В ході експериментальних досліджень вимірювалися значення струму I в індукторі та споживана їм активна потужність P для

діапазону частоти 100-300 Гц. Вимірювання проводилися за напруги $U = 393$ В (максимальна напруга перетворювача частоти) для порожнього каналу та за $U = 142$ В – для заповненого рідким металом каналу.

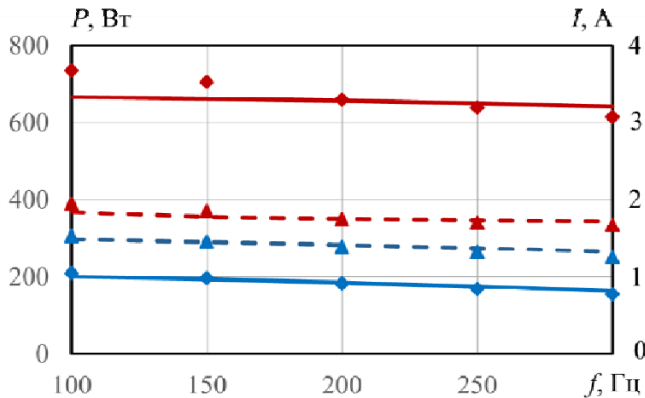


Рис. 4

Порівняння результатів експериментального та розрахункового досліджень демонструє їхній досить близький збіг для розглянутого діапазону частот як за наявності розплаву в каналі, так і за його відсутності, що свідчить не тільки про адекватність математичної моделі, а й про правильно задані в моделі електромагнітні властивості матеріалів.

Електромагнітні параметри та енергетичні характеристики системи «індуктор – замкнений канал – магніт дозатора». Необхідність визначення за результатами розрахунків електромагнітної задачі електромагнітних параметрів дозатора обумовлена можливістю спрощення

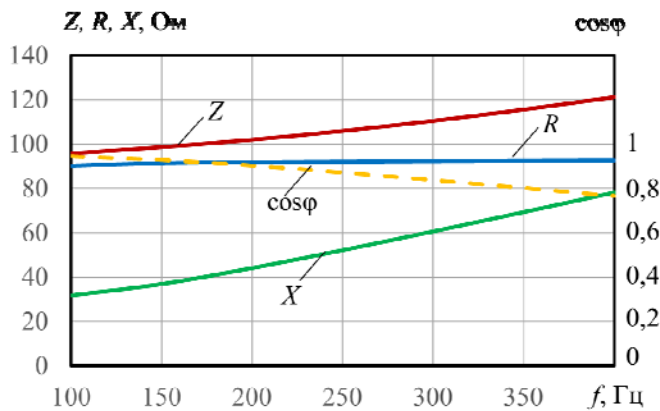


Рис. 5

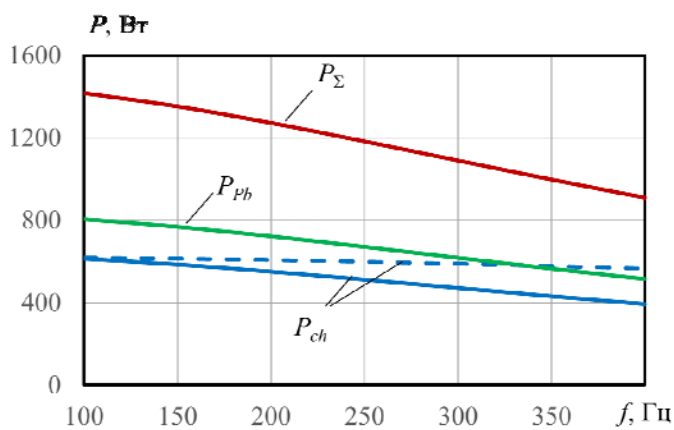


Рис. 6

На рис. 4 для порівняння представлено результати експериментального та розрахункового досліджень електромагнітної системи «індуктор – замкнений канал дозатора». Червоним кольором на малюнку позначено результати, що отримано для порожнього каналу за напруги на індукторі $U = 393$ В, синім – для заповненого рідким металом каналу з напругою індуктора $U = 142$ В. Суцільними лініями представлено розрахункові залежності потужності індуктора P , штриховими – струмів індуктора I . Експериментальні результати представлено у вигляді маркерів відповідних кольорів.

подальшого аналізу його енергетичних та технологічних характеристик. Залежність електромагнітних параметрів системи від частоти для заповненого розплавом каналу представлено на рис. 5. Зі зміною частоти активний опір системи R залишається практично незмінним. Це свідчить про те, що під час роботи електромагнітного дозатора на різних частотах з однаковим струмом індуктора буде забезпечуватися практично однакове тепловиділення в каналі з рідким металом. Реактивний опір X та, відповідно, повний опір Z системи зі зростанням частоти також зростають, а коефіцієнт потужності $\cos \phi$ падає.

На рис. 6 для напруги індуктора $U = 380$ В суцільними лініями представлено залежності потужності тепловиділень від наведеного індуктором струму в каналі з рідким металом від частоти. Окремо показано як загальні втрати в каналі P_{Σ} , так і втрати в рідкому металі P_{pb} та стінках каналу P_{ch} . Штриховою лінією показано втрати в порожньому каналі. Як і слідувало очікувати, виходячи з характеру зміни електромагнітних параметрів системи від частоти, у випадку сталої напруги живлення індуктора тепловиділення в заповненому каналі зі зростанням частоти суттєво падають. Рівень загальних

тепловиділень в порожньому каналі є значно нижчим та менш залежним від частоти, що дає змогу виконувати розігрів порожнього каналу перед його заповненням розплавом на будь-якій частоті. Найбільш зручно це робити на частоті, на якій планується робота дозатора.

За результатами розрахунків встановлено, що для заповненого каналу в розглянутому діапазоні частот частка струму в розплаві є постійною та складає близько 53 % від загального струму в каналі I_{Σ} . Співвідношення між загальним струмом в каналі та ампервитками індуктора також є практично постійним та становить приблизно $I_{\Sigma}/I \cdot w = 0,97$ (змінюється зі зростанням частоти від 0,965 до 0,975). Для порожнього каналу останнє співвідношення змінюється дещо в ширших межах $I_{\Sigma}/I \cdot w = 0,93 \div 0,98$. Таким чином, по значенню струму індуктора за відомої кількості витків індуктора w можливо досить точно визначати наведений струм в каналі.

Дослідження теплового стану замкненого каналу електромагнітного дозатора. Під час роботи дозатора тепловий стан каналу головним чином визначається потужністю джоулевих тепловиділень P_{Σ} від наведеного в ньому електричного струму I_{Σ} . На практиці традиційно прийнято в процесі дозування контролювати саме струм каналу, значення якого разом зі значенням струму електромагніту дозатора також визначають величину періодичного електромагнітного тиску в каналі дозатора. На рис. 7 для частот 100 Гц (штрихова крива) та 400 Гц (суцільна крива) представлено

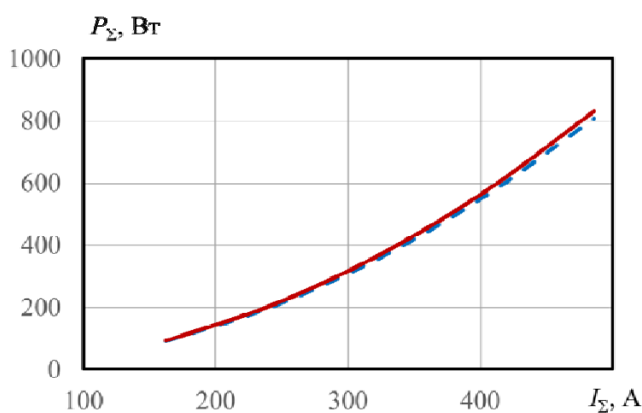


Рис. 7

залежності потужності тепловиділень P_{Σ} від струму I_{Σ} для заповненого рідким металом каналу. Діапазон представлених на рисунку значень струму каналу відповідає зміні струму індуктора в межах від 1 до 3 А. Як випливає з наведеного рисунка, значення потужності, що отримано для граничних значень робочого діапазону частоти дозування, практично співпадають. Це дає підставу стверджувати, що залежність потужності тепловиділень від струму каналу є однозначною технологічною характеристикою електромагнітного дозатора з індукційним введенням струму в канал для всього діапазону робочих частот.

В процесі роботи дозатора задля забезпечення рівня електромагнітних зусиль, який є достатнім для подрібнення струменю розплаву безпосередньо після витоку з насадка, значення струму в каналі зазвичай підтримують в межах 250-350 А. Для зазначеного робочого діапазону струмів потужність тепловиділення в каналі (рис. 7) змінюється приблизно від 200 до 430 Вт.

Окрім струму тепловий стан каналу визначають його теплоізоляція та наявність руху рідкого металу в каналі. Структура руху та його інтенсивність визначаються, в першу чергу, масовою продуктивністю дозування G та електромагнітними силами, що виникають в розплаві за рахунок взаємодії струму з власним магнітним полем та полем розсіювання індуктора. Продуктивність дозатора в залежності від розміру гранул змінюється в діапазоні від 100 до 300 кг/год.

Виконаний для випадку відсутності руху металу в каналі тепловий розрахунок показав, що за відсутності теплоізоляції каналу на його зовнішній поверхні усталене значення робочої температури каналу близько 600 К досягається за струму $I_{\Sigma} = 235$ А з потужністю тепловиділення в каналі $P_{\Sigma} = 189$ Вт. Зазначений струм є меншим від робочих струмів дозатору, необхідних задля забезпечення достатніх електромагнітних зусиль для подрібнення струменів рідкого металу. Підняття струму до необхідного рівня та наявність теплоізоляції призводять до підвищення температури каналу. Рух розплаву в каналі за рахунок більш низької температури рідкого металу у ванні дозатора навпаки сприяє зниженню температури каналу.

На рис. 8 представлено структуру руху металу та розподіл температури в ньому за умови загального струму в каналі $I_{\Sigma} = 300$ А з потужністю тепловиділення $P_{\Sigma} = 307$ Вт, масової продуктивності дозування $G = 200$ кг/год та товщини теплоізоляції циліндричного каналу $\delta_{is} = 2$ мм, що еквівалентно значенню ефективного коефіцієнта тепловіддачі на його поверхні $h_{eff} = 8,35$ Вт/(м²·К) (рис. 3). Для розглянутого конструктивного рішення та режиму роботи дозатора маємо температуру металу на виході з насадка $T_n = 606$ К. Перегрів по відношенню до температури металу на вході в канал $T_k = 586$ К становить $\Delta T = T_n - T_k = 606 - 586 = 20$ К, що відповідає гранично

допустимому перегріву відносно температури плавлення з точки зору забезпечення стабільного формоутворення та ефективного охолодження дробу.

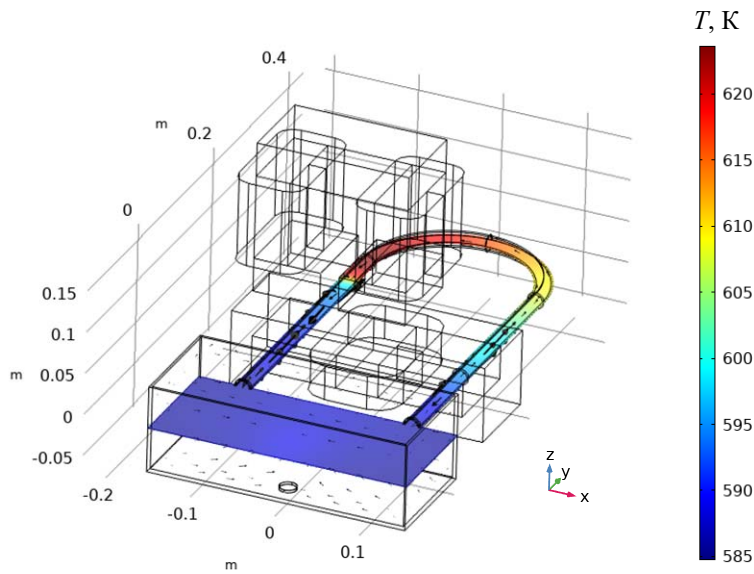


Рис. 8

Зрозуміло, що зі збільшенням струму каналу чи зменшенням масової продуктивності дозування гранично допустимий перегрів буде перевищено. На рис. 9 показано перегрів розплаву на виході з насадка відносно температури металу на вході в канал в залежності від продуктивності дозатора G для трьох фіксованих значень струму каналу. Штриховою лінією на малюнку показано гранично допустимий перегрів у 20 К відносно температури плавлення. Лише струм $I_{\Sigma} = 250$ А відповідає вимозі неперевихнення граничного перегріву для всього розглянутого діапазону продуктивності дозатора. Струм у 300 А допустимий лише для діапазону продуктивності 200-300 кг/год, а

струм 350 А є взагалі неприпустимим.

Додатковою особливістю теплового стану дозатора, як впливає з рис. 8, є значний градієнт температури вздовж каналу в зоні насадка для формування струменя металу. Несиметричність положення зазначеної зони відносно двох входів каналу призводить до різних витрат металу через них. Зазначимо, що наявність на рисунку стрілок з протилежним напрямом руху металу в каналі на шляхах до насадка з обох боків обумовлена виникненням локальних вихрових течій в зоні індуктора при тому, що загальний рух в каналі здійснюється від обох входів в напрямі до насадка. Витрата металу через ближній до насадка вхід становить близько 70 % від загальної продуктивності дозатору, через дальній – 30 %. Враховуючи меншу витрату та довшу відстань, метал на шляху від дальнього входу до насадка нагрівається до вищої температури, внаслідок чого біля насадка формується зона розплаву зі значним градієнтом температури. Це може негативно позначитися під час роботи дозатора з декількома насадками, розплав на виході з яких буде мати різну температуру.

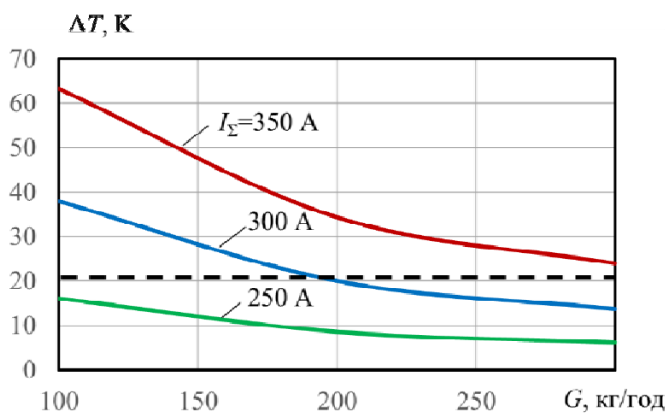


Рис. 9

Серед рішень, що будуть сприяти відповідності теплового стану каналу вимогам по допустимому перегріву металу та близьким значенням температури в зоні насадків, можна запропонувати створення однонаправленого транзитного руху з напрямом в каналі від ближнього до дальнього відносно насадків входу. Такий рух в каналі дозатора може бути забезпечений різними конструктивними засобами, вибір найбільш раціонального з яких може бути зроблений за допомогою їхнього порівняльного аналізу на основі математичного моделювання чи експериментальних досліджень.

В рамках даної роботи обмежимося ілюстрацією позитивних змін теплового стану каналу, що з'являються внаслідок створення в ньому однонаправленого транзитного руху металу. На рис. 10 представлено структуру руху металу та розподіл температури в ньому за умови створення в каналі однонаправленого транзитного руху. Транзитний рух в каналі дозатора моделювався шляхом введення для дальнього від зони насадків входу каналу дозатора відповідної граничної умови з заданим значенням масової витрати транзитного руху G_{tr} , значення якої під час розрахунку

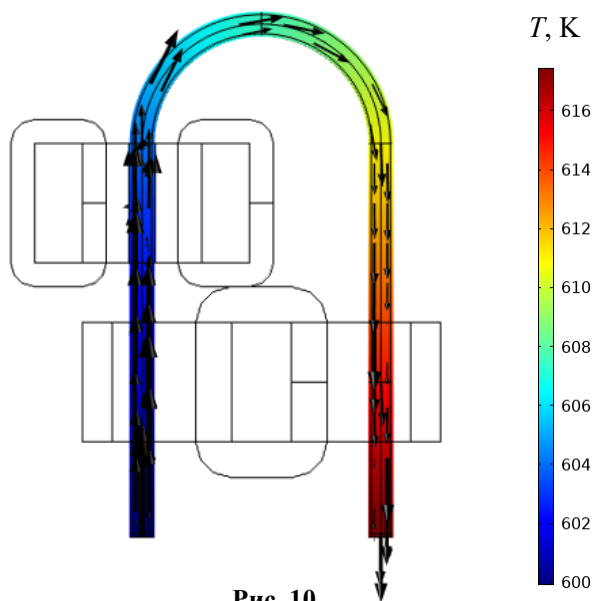


Рис. 10

гідродинамічної задачі приймалося 200 кг/год. На ближньому до насадків вході каналу вибором відповідної граничної умови забезпечувалася масова витрата, значення якої визначається сумою масових витрат на дозування та транзитний рух. Рух розплаву в ванні дозатора за даної постановки гідродинамічної задачі не розглядався. В тепловій задачі температура розплаву на ближньому до насадків вході в канал задавалася 600 К. Представлені на рис. 10 розрахункові результати отримано за тих же вихідних даних, окрім структури руху розплаву, що і результати, представлені на рис. 8, а саме: струм в каналі $I_{\Sigma} = 300$ А з потужністю тепловиділення $P_{\Sigma} = 307$ Вт, масова продуктивність дозування $G = 200$ кг/год та ефективний коефіцієнт тепловіддачі $h_{eff} = 8,35$ Вт/(м²·К). Зазначимо, що за таких вихідних даних загальна масова витрата розплаву через ближній до насадків вхід в канал становила 400 кг/год.

Як видно з рис. 10, навіть за наявності досить слабого транзитного руху в каналі дозатора (приблизно 20 л/год розплаву свинцю) перегрів металу на виході з насадка по відношенню до його температури на вході в канал впав з 20 до 3 К. При тому по довжині каналу в зоні насадка відсутні значні градієнти температури. Зі збільшенням інтенсивності транзитного руху зазначений перегрів буде ще зменшуватися, що допускає можливість посилення теплоізоляції каналу, що, в свою чергу, буде сприяти підвищенню енергетичної ефективності установки в цілому за рахунок зменшення теплових втрат каналу дозатора.

Висновки.

1. Для МГД установки з виробництва свинцевого дробу розроблено математичну модель взаємопов'язаних електромагнітних, гідродинамічних і теплових процесів в електромагнітному дозаторі з індукційним наведенням струму в каналі. Адекватність математичної моделі електромагнітних процесів підтверджена шляхом порівняння з експериментальними даними.

2. Потужність тепловиділень в заповненому рідким металом каналі однозначно визначається значенням його струму та не залежить від частоти роботи дозатора з індукційним введенням струму в канал.

3. Величини струму каналу, необхідні задля забезпечення достатніх електромагнітних зусиль для подрібнення струменів рідкого металу, можуть призводити до суттєвого перегріву металу на виході з насадка відносно температури плавлення, що небажано з точки зору забезпечення стабільного формоутворення та ефективного охолодження дробу.

4. Задля зниження перегріву розплаву запропоновано створити однонаправлений транзитний рух в каналі з напрямом від ближнього до дальнього відносно насадка входу.

Дослідження проведено завдяки грантовій підтримці Національного фонду досліджень України, конкурс «Наука для зміцнення обороноздатності і національної безпеки України», проєкт №2025.06/0010 «Магнітогідродинамічна установка для виробництва свинцевого дробу для протидронних набоїв».

1. Волотівський П.Б., Гончаров О.В., Давиденко В.М., Мамонова Н.Л. Способи та засоби протидії БпЛА, їхні переваги та недоліки. Погляди щодо напрямів їх розвитку. *Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту авіації*. 2024. Вип. № 20 (27). С. 52-62. DOI: <https://doi.org/10.54858/dndia.2024-20-7>.

2. Приходько Р. Дрон із дробовиком 30 ОМБр знищив понад 20 російських БПЛА. URL: <https://military.com/uk/news/dron-iz-drobovykom-30-ombr-znyshhyv-ponad-20-rosijskyh-bpla/> (дата звернення 30.09.2025).

3. Шумлянський Д. У ССО проаналізували використання Росією дробовиків для захисту від FPV. URL: <https://mil.in.ua/uk/news/vykorystannya-rosiyevu-drobovykiv-dlya-zahystu-vid-fpv/> (дата звернення 30.09.2025).

4. Nagy K. Ukrainische Analyse des russischen Einsatzes von Flinten zur Drohnenabwehr. URL: <https://www.hartpunkt.de/ukrainische-analyse-des-russischen-einsatzes-von-flinten-zur-drohnenabwehr/> (дата звернення 30.09.2025).
5. Дріб мисливський, спортивний та картеч. URL: <https://geneta.com.ua/ua/drob-okhotnichya-sportivnaya-i-kartech/> (дата звернення 30.09.2025).
6. Шидловский А.К., Гориславец Ю.М., Глухенький А.И. Электромагнитные системы для дозирования жидких металлов. К.: ІЕД НАН України, 2011. 208 с.
7. Глухенький О.І., Гориславец Ю.М., Токаревський А.В. Тривимірне моделювання системи "індукційна канална піч – рідкометалевий насос" установки для лиття металевих гранул. *Технічна електродинаміка*. 2015. №3. С. 52-59.
8. Comsol Multiphysics. URL: <https://www.comsol.com/> (дата звернення 30.09.2025).
9. International standard IEC 60050 International Electrotechnical Vocabulary. Part 121, 131. URL: <http://www.electropedia.org/> (дата звернення 30.09.2025).

MULTIPHYSICS MODELING OF ELECTROMAGNETIC DOSER INSTALLATION FOR LEAD PELLETS PRODUCTION

A.F. Zharkin, O.I. Bondar, O.I. Hlukhenkyi, V.I. Zaloznyi
 Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
 56, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine,
 e-mail: gai56@ied.org.ua.

A three-dimensional mathematical model of interconnected electromagnetic, hydrodynamic and thermal processes has been developed for an electromagnetic doser with induction current supply to the channel. By comparing with experimental data obtained for a prototype of a MHD installation for the production of lead pellets, a mathematical model of electromagnetic processes in the dosing unit was validated. Using mathematical modeling, physical processes in the system " dosing unit inductor - short-circuited channel with liquid metal - dosing unit magnet" were investigated. The electromagnetic and energy parameters of the dosing unit were determined, and the features of the thermal state of the liquid metal in its channel were established. Recommendations were formulated to reduce metal overheating in the channel during feeder operation. References 9, figures 10.

Keywords: MHD installation, electromagnetic dosing unit, multiphysics modeling, metal overheating, transit motion.

1. Volotivsky P.B., Honcharov O.V., Davidenko V.M., Mamonova N.M. Methods and means of countering UAVs, their advantages and disadvantages. Perspectives on effective solutions to the problem of countering UAVs. *Zbirnyk naukovykh prats Derzhavnoho naukovoho-doslidnoho instytutu aviatsii*. 2024. No 20 (27). Pp. 52-62. (Ukr). DOI: <https://doi.org/10.54858/dndia.2024-20-7>.
2. Prikhodko R. 30th Brigade's shotgun drone destroyed over 20 Russian UAVs. URL: <https://military.com/uk/news/dron-iz-drobovykom-30-ombr-znyshhyv-ponad-20-rosijskyh-bpla/> (accessed at 30.09.2025). (Ukr)
3. Shumlyansky D. Ukrainian SOF analyzes Russia's use of shotguns to protect against FPV drones. URL: <https://mil.in.ua/uk/news/vykorystannya-rosiyeyu-drobovykiv-dlya-zahystu-vid-fpv/> (accessed at 30.09.2025). (Ukr)
4. Nagy K. Ukrainian analysis of the Russian use of shotguns for drone defense. URL: <https://www.hartpunkt.de/ukrainische-analyse-des-russischen-einsatzes-von-flinten-zur-drohnenabwehr/> (accessed at 09.30.2025).
5. Hunting shot, sports shot and buckshot. URL: <https://geneta.com.ua/ua/drob-okhotnichya-sportivnaya-i-kartech/> (accessed at 30.09.2025). (Ukr)
6. Shidlovskii A.K., Gorislavets Yu.M., Glukhenkii A.I. Electromagnetic systems for batching of liquid metals. Kyiv: Instytut Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy, 2011. 208 p. (Rus)
7. Glukhenkyi O.I., Goryslavets Yu.M., Tokarevskiy A.V. Three-dimensional simulation of system "induction channel furnace – liquid metal pump" of installation for production of metal granules". *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2015. No 3. Pp. 52-59. (Ukr).
8. Comsol Multiphysics. URL: <https://www.comsol.com/> (accessed at 30.09.2025).
9. International standard IEC 60050 International Electrotechnical Vocabulary, Part 121, 131. URL: <http://www.electropedia.org/> (accessed at 30.09.2025).

Надійшла 14.10.2025
 Прийнята 26.11.2025